Государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение Самарской области
«Тольяттинский социально-экономический колледж»

ЭП
ГБПОУ
ТСЭК
2024-04-24
15:54:11

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
по выполнению практических занятий
по дисциплине

ОД.07 МАТЕМАТИКА

основной профессиональной образовательной программы подготовки

квалифицированных рабочих и служащих

15.01.37 Слесарь по контрольно-измерительным приборам и автоматике

для студентов очной формы обучения

Тольятти 2024г.

Составлено в соответствии с требованиями ФГОС к результатам образовательной программы подготовки квалифицированных рабочих, служащих по профессии *15.01.37 Слесарь по контрольно-измерительным приборам и автоматике*

Составитель: Варяница Г.Н.- преподаватель

СОДЕРЖАНИЕ

Введение

Методические указания по дисциплине ОД.07 Математика: для выполнения практических работ созданы Вам в помощь для работы на занятиях, подготовки к практическим работам, правильного составления отчетов.

Приступая, к выполнению практической работы Вы должны внимательно прочитать цель и задачи занятия, ознакомиться с требованиями к уровню Вашей подготовки в соответствии с федеральными государственными стандартами третьего поколения (ФГОС-3), краткими теоретическими и учебно-методическими материалами по теме практической работы, ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Все задания к практической работе Вы должны выполнять в соответствии с инструкцией, анализировать полученные в ходе занятия результаты по приведенной методике.

Отчет о практической работе Вы должны выполнить по приведенному алгоритму, опираясь на образец.

Наличие положительной оценки по практическим работам необходимо для получения зачета по дисциплине и допуска к экзамену, поэтому в случае отсутствия на уроке по любой причине или получения неудовлетворительной оценки за практическую работу Вы должны найти время для ее выполнения или пересдачи.

Раздел 1«Алгебра».
Тема 1.1«Развитие понятия о числе»

Название практической работы №1:
«Арифметические действия над числами, нахождение приближенных значений величин и погрешностей вычислений (абсолютной и относительной), сравнение числовых выражений».

Учебная цель: приобрести умения определять абсолютную и относительную погрешности числа.

Образовательные результаты

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления.

Задачи практической работы:

23 Изучить теоретический материал.
24 Выполнить практическую работу.
25 Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

23 Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11
классы. — М., 2014.
24 Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
25 Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования.
—
М., 2014.
23 Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
5888 Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011. 2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Разность точного и приближенного значений величины называется *погрешностью приближения (*обозначается Δ x),
т.е. Δ x=x-*a* - **погрешность приближения**
откуда x=*a*+ Δ x,
т.е. истинное значение равно сумме приближенного значения и погрешности приближения.

Модуль разности точного и приближенного значений величины называется *абсолютной погрешностью* приближенного значения числа *x*.

т.е. $|x - a|$ **256ГĀĀĀĀĀĀĀĀȀĀȀГĀĀĀĀĀĀĀĀĀȀГĀĀĀĀ ĀĀĀĀȀĀȀГĀĀĀĀĀĀĀ** Δx **-абсолютная погрешность приближения.**

Запись x= *a* ± *h означает, что истинное значение величины x заключено между границами, т.е. a - h* ≤ x ≤ *a + h*
Отношение абсолютной погрешности приближения к модулю приближенного значения величины называется *относительной погрешностью* приближения и обозначается δ .

Т.е.

$\frac{|\Delta x|}{|a|} = \frac{|0 - a|}{|a|} = \delta$ **является относительной погрешностью приближения**.

0 большинстве случаев невозможно узнать точное значение приближенного числа, а значит, и точную величину погрешности. Однако почти всегда можно установить, что погрешность (абсолютная или относительная) не превосходит некоторого числа.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

0 Что называется погрешностью приближения?
1 Что называется абсолютной погрешностью приближения?
2 Что называется относительной погрешностью приближения?

Задания для практического занятия:

Вариант 1.

0 Найдите абсолютную погрешность округления до единиц следующих чисел:
А) 0,8Б) 7,6
1 Граница абсолютной погрешности приближенного значения 386 числа x = 0,5. Укажите границы, в которых заключено число x.
2 Амперметр дает точность $\pm$ 0,02 А. При измерении силы тока получили 10,63 А. Укажите границы этого числа.
3 Шоколадка стоит 40 рублей. В воскресенье в супермаркете действует специальное предложение: заплатив за две шоколадки, покупатель получает три (одну в подарок). Сколько шоколадок можно получить на 320 рублей в воскресенье?
4 Граница абсолютной погрешности приближенного значения *a* равна *h*. Найдите границы, в которых заключено число *x*, если: *a*=23, *h*=0,5.

Вариант 2.

23 Найдите абсолютную погрешность округления до единиц следующих чисел:
А) 19,3 Б) 563,58
5888 Найдите границу абсолютной погрешности измерений, полученных в виде неравенства
37< x <38
5889 Атомная масса водорода 1,0082 $\pm$ 0,0005, а меди 63,44 $\pm$ 0,15. Укажите границы приближенных значений этих чисел.
5890 В университетскую библиотеку привезли новые учебники по геометрии для 2— 3 курсов, по 280 штук для каждого курса. Все книги одинаковы по размеру. В книжном шкафу 7 полок, на каждой полке помещается 30 учебников. Сколько шкафов можно полностью заполнить новыми учебниками?
5891 Граница абсолютной погрешности приближенного значения *a* равна *h*. Найдите границы, в которых заключено число *x*, если: *a*=1,5, *h*=0,01.

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении первого задания рассмотрите пример:
Пример:
На предприятии 1284рабочих и служащих. При округлении этого числа до 1300 абсолютная погрешность составляет 1300 -1284 = 16. При округлении до 1280 абсолютная погрешность составляет 1284 - 1280 = 4.
При выполнении второго-пятого задания рассмотрите пример:
Пример: Длина детали *x (см)* заключена в границах 33 $\leq$ x $\leq$ 34. Найти границу абсолютной погрешности измерения детали.

Решение: Примем за приближенное значение длины детали среднее арифметическое границ: а=(33+34)/2 = 33,5 (см).

Тогда граница абсолютной погрешности приближенного значения длины детали не превзойдет 0,5 (см). Величину Δa можно найти и как полуразность верхней и нижней границ, т.е. Δa = (34-33)/2 = 0,5 (см). Длина детали *x*, найденная с точностью до Δa =0,5 (см), заключена между приближенными значениями числа *x*:
$33{,}5-0{,}5 \le x \le 33{,}5+0{,}5$;
$x=33{,}5 \pm 0{,}5$ (см).

Порядок выполнения отчета по практической работе

23 Выполнить задания 1 – 5.
24 Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
25 Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Название практической работы.
Учебная цель.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 1«Алгебра».

Тема 1.2«Корни, степени и логарифмы»

Название практической работы №2:
«Вычисление и сравнение корней. Выполнение расчетов с радикалами»

Учебная цель: приобрести умения выполнять расчеты с радикалами.

Образовательные результаты

23 сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.

2.Выполнить практическую работу.

3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

23 Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

24 Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

25 Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

26 Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

27 Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011. 2.Рабочая тетрадь в клетку

3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.

4.Калькулятор простой.

5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Степень с натуральным показателем

Пусть - действительное число, а - натуральное число, больше единицы. - *й степенью числа* a называют произведение n множителей, каждый из которых равен a:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ множителей}}.$$

Если $n = 1$, то полагают $a^1 = a$.

Справедливы следующие свойства степени с натуральным показателем:

Если $a > 0$,

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n},$$

$$a^m : a^n = a^{m-n},$$

$$\left(a^m\right)^n = a^{mn},$$

$$a^n \cdot b^n = (ab)^n,$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \quad b \neq 0.$$

По определению: если $a \neq 0$, то

$$a^0 = 1,$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n.$$

Арифметический корень

Если $a \geq 0$, n - натуральное число, больше единицы, то существует, и только одно, неотрицательное число x такое, что выполняется равенство $x^n = a$. Это число называется *арифметическим корнем* n - й степени из неотрицательного числа a и обозначается $\sqrt[n]{a}$.

Если $a \geq 0$, $b \geq 0$, то справедливы следующие свойства:

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b},$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, \quad b \neq 0,$$

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m},$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a},$$

$$\sqrt[nk]{a^{km}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Полагают по определению: если $a \geq 0$, m, n - натуральные числа, $n \geq 2$, то

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Нецелая степень отрицательного числа не имеет смысла.

Полезно знать свойства

$$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a,$$

$$\left(\sqrt{a^2}\right) = |a|.$$

Для рациональных показателей свойства степеней остаются теми же.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

1.Перечислите свойства степени с натуральным показателем?
2.Перечислите свойства арифметического корня?

Задания для практического занятия:

Вариант I	**Вариант II**
№1. Вычислить: $\sqrt[4]{9}\cdot\sqrt[4]{9}$	№1. Вычислить: $\sqrt[3]{2^6\cdot 0,5^3}$
№2. Вычислить: -2 $\sqrt[4]{16}$	№2. Вычислить $\sqrt{20}\cdot\sqrt{5}$
№3. Вычислить: $\sqrt[3]{0,2^3\cdot 5^6}$	№3. Вычислить: -6 $\sqrt[3]{8}$
№4. Решить уравнение: $x^6=64$	№4. Решить уравнение: $x^5=32$
№5. Вычислить: $\sqrt[4]{8\cdot 3}\cdot\sqrt[4]{2\cdot 27} =$	№5. Вычислить: $\sqrt[5]{32\cdot 7^2}\cdot\sqrt[5]{7^3}$
№6. Преобразовать выражение: $\sqrt[3]{2\sqrt{2}} =$	№6. Преобразовать выражение: $\sqrt[6]{2\cdot\sqrt[5]{2}}$
№7. Найти значение выражения: $\sqrt[3]{8-\sqrt{37}}\cdot\sqrt[3]{8+\sqrt{37}}$	**№7**.Найти значение выражения: $\sqrt[4]{6+2\sqrt{5}}\cdot\sqrt[4]{6-2\sqrt{5}}$
№8Вычислить значения выражений: А) $\dfrac{26^9}{13^8\cdot 8^3}$ Б) $\left(\left(64^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} + (0,25)^{-1}\right)\cdot(-0,5)^3$	№8Вычислить значения выражений: А) $\dfrac{12^9}{2^{15}\cdot 3^7}$ Б) $\left(\left(5^{\frac{8}{7}}\right)^{\frac{7}{4}} - \dfrac{\left(2^{-2}\right)^{-3}}{32}\right)\cdot(46)^{-1}$

А)4 15	№9 Вычислить без помощи микрокалькулятора: $\sqrt{\ \frac{5}{}}\ \sqrt{\frac{2}{}} : 4$ Б) $\sqrt[3]{\frac{23}{64}+\sqrt{\frac{5}{48^2-32^2}}}$	№9 Вычислить без помощи микрокалькулятора: А) $\sqrt[4]{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[4]{\frac{3}{6}}\ 4$ Б) $\sqrt{\frac{9}{16}}\sqrt{\frac{33^2\ 25^2}{29}}$

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий рассмотрите примеры:

Пример 1. $\sqrt[3]{8}=\sqrt[3\cdot2]{8^2}=\sqrt[6]{64}.$

23 Величина корня не изменится, если показатель степени уменьшить в n раз и одновременно извлечь корень n-й степени из подкоренного количества:

$$\sqrt[m]{a}=\sqrt[m:n]{\sqrt[n]{a}}$$

Пример 2. $\sqrt[6]{8}=\sqrt[6:3]{\sqrt[3]{8}}=\sqrt{2}$

Замечание. Это свойство останется в силе и в том случае, когда число m/n не будет целым; точно так же оба вышеуказанных свойства сохранят силу и для n дробного. Но для этого нужно сначала расширить понятие степени и корня, введя дробные показатели.

5888 Корень из произведения нескольких сомножителей равен произведению корней той же степени из этих сомножителей:

$$\sqrt[m]{abc\ldots}=\sqrt[m]{a}\sqrt[m]{b}\sqrt[m]{c}\ldots$$

Пример 3. $\sqrt[3]{a^6b^2}=\sqrt[3]{a^6}\ \sqrt[3]{b^2}=a^2\ \sqrt[3]{b^2}$

Последнее преобразование основывается на свойстве 2.

Пример 4. $\sqrt{48}=\sqrt{16\cdot3}=\sqrt{16}\ \sqrt{3}=4\sqrt{3}$

Обратно, произведение корней одной и той же степени равно корню той же степени из произведения подкоренных количеств:

$$\sqrt[m]{a}\ \sqrt[m]{b}\ \sqrt[m]{c}\ldots=\sqrt[m]{abc\ldots}$$

Пример 5. $\sqrt{a^3b}\cdot\sqrt{ab^3}=\sqrt{a^4b^4}=a^2b^2$

0 Корень от частного равен частному от деления корня из делимого на корень из делителя (показатели корней разумеются одинаковыми):

$$\sqrt[m]{a:b}=\sqrt[m]{a}:\sqrt[m]{b}$$

Обратно: $\sqrt[m]{a}:\sqrt[m]{b}=\sqrt[m]{a:b}$

Пример 6. $\sqrt[3]{27:4}=\sqrt[3]{27}:\sqrt[3]{4}=3:\sqrt[3]{4}$

0 Чтобы возвести корень в степень, достаточно возвести в эту степень подкоренное количество:

$$\left(\sqrt[m]{a}\right)^n=\sqrt[m]{a^n}$$

Обратно, чтобы извлечь корень из степени, достаточна, возвести в эту степень корень из основания степени:

$$\sqrt[m]{a^n}=\left(\sqrt[m]{a}\right)^n$$

Пример 7. $\left(\sqrt[3]{a^2b}\right)^2=\sqrt[3]{a^4b^2}=\sqrt[3]{a^3\cdot ab^2}=a\sqrt[3]{ab^2}$

$\sqrt{27}=\sqrt{3^3}=\left(\sqrt{3}\right)^3$

Порядок выполнения отчета по практической работе

0 Выполнить задания 1 – 9.
1 Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
2 Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Название практической работы.
Учебная цель.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 1 «Алгебра».
Тема 1.2 «Корни, степени и логарифмы»

Название практической работы №3:
«Решение иррациональных уравнений».

Учебная цель: приобрести навыки решения иррациональных уравнений.

Образовательные результаты

23 владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств.

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

5888 Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11
классы. — М., 2014.
5889 Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11
классы. — М., 2014.
5890 Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. —
М., 2014.
5891 Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
5892 Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Определение. Уравнение с одной переменной $f(x) = \varphi(x)$ называют иррациональным, если хотя бы одна из функций $f(x)$ или $\varphi(x)$ содержит переменную под знаком радикала.

При решении иррациональных уравнений необходимо установить область допустимых значений переменных, исходя из условия, что все радикалы, входящие в уравнение, должны быть арифметическими.

0 Метод пристального взгляда

Этот метод основан на следующем теоретическом положении: “Если функция $y = f(x)$ возрастает в области определения и число a входит в множество значений, то уравнение $f(x) = a$ имеет единственное решение.”

Для реализации метода, основанного на этом утверждении требуется:

а) Выделить функцию, которая фигурирует в уравнении.

0 Записать область определения данной функции.

23 Доказать ее монотонность в области определения.
24 Угадать корень уравнения.
23 Обосновать, что других корней нет.
23 Записать ответ.

2. Метод возведения обеих частей уравнений в одну и ту же степень.

Теорема.

Если возвести обе части уравнения $f(x) = g(x)$ (1) в натуральную степень n, то уравнение $f^n(x) = g^n(x)$ (2) является следствием уравнения (1).

Доказательство. Если выполняется числовое равенство $f(a) = g(a)$, то по свойствам степени выполняется равенство $f^n(a) = g^n(a)$, т.е. каждый корень уравнения (1) является и корнем уравнения (2), это значит, что уравнение (2) является следствием уравнения (1).

Если $n = 2k+1$, то справедливо и обратная теорема. В этом случае уравнения (1) и (2) равносильны.

Если $n = 2k$, равенство $f^{2k}(a) = g^{2k}(a)$ справедливо, если выполняется хотя бы одно из равенств $f(a) = g(a)$ и $f(a) = -g(a)$. Значит уравнения (1) и (2) в этом случае не равносильны. Поэтому, если в ходе решения иррационального уравнения $f(x) = g(x)$ приходилось возводить обе его части в степень с четным показателем, то могли появиться посторонние корни. Чтобы отделить их, проверки можно избежать, введя дополнительное требование $g(x) \geq 0$. В этом случае уравнение $\sqrt[2k]{f(x)} = g(x)$ равносильно системе $\begin{cases} f(x) = g^{2k}(x) \\ g(x) \geq 0 \end{cases}$. В системе отсутствует требование $f(x) \geq 0$, обеспечивающее существование корня степени $2k$, т.к. оно было бы излишним в связи с равенством $f(x) = g^{2k}(x)$.

23 Решение уравнений с использованием замены переменной.

Введение вспомогательной переменной в ряде случаев приводит к упрощению уравнения. Чаще всего в качестве новой переменной используют входящий в уравнение радикал. При этом уравнение становится рациональным относительно новой переменной.

23 Метод разложения на множители выражений, входящих в уравнение.

Теорема.

Уравнение $f(x) \cdot g(x) = 0$, определенное на всей числовой оси, равносильно совокупности уравнений $\left[\begin{array}{l} f(x) = 0 \\ g(x) = 0 \end{array}\right.$.

23 Метод выделения полных квадратов при решении иррациональных уравнений.

При решении некоторых иррациональных уравнений полезна формула $\sqrt{a^2} = |a|$.

23 Метод оценки.

Этот способ применим в том случае, когда подкоренные выражения представляют собой квадратный трехчлен, не раскладывающийся на линейные множители. Поэтому целесообразно оценить левую и правую части уравнения.

23 Иррациональные уравнения, содержащие степени выше второй.

Если уравнение имеет вид $\sqrt[n]{f(x)} = g(x)$, то его можно решить , возводя обе части этого уравнения в степень n. Полученное уравнение $f(x) = (g(x))^n$ при нечетном n равносильно данному уравнению, а при четном n является нго следствием, аналогично рассмотренному выше случаю при $n = 2$.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

1.Какое уравнение называется иррациональным?
2.Какие методы решения иррациональных уравнений вы знаете? В чем их суть?

Задания для практического занятия:

Вариант I	Вариант II
Решите уравнения	Решите уравнения
1) $\sqrt{x+1} = 3$	1) $\sqrt{3x-1} = 1{,}2$
2) $\sqrt{2x+3} = x$	2) $\sqrt{6-x} = x$
3) $\sqrt{-4x^2-16} = 2$	3) $\sqrt{2x+3} + \sqrt{3} = 0$
4) $\sqrt{x+1} = \sqrt{8-4x}$	4) $\sqrt{4x^2-9x+2} = x-2$
5) $\sqrt{2x} + \sqrt{x-3} = -1$	5) $\sqrt{-3x-x^2} = 9$
6) $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{7}} - \frac{x+}{1} = 2$	6) $\frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{3}} - \frac{x+}{1} = 2$
7) $\sqrt{1-2x} - \sqrt{13+x} = \sqrt{x+4}$	7) $\sqrt{3x+4} + \sqrt{x-4} = 2\sqrt{x}$
8) $\sqrt{3-x} \cdot \sqrt{4+x} = \sqrt{6}$	8) $\sqrt{x+4} \cdot \sqrt{5-x} = 2\sqrt{2}$
9) $\sqrt{5+\sqrt{x-1}} = 3$	9) $\sqrt{7-\sqrt{x+1}} = 2$
10) $\sqrt{3+\sqrt{x+1}} = \sqrt{7-3\sqrt{x}}$	10) $\sqrt{17+\sqrt{x}} = \sqrt{20-2\sqrt{x}}$

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий рассмотрите примеры:
Решите уравнения.

0 $\sqrt{x^2-24} = 5.$

Решение:

$\left(\sqrt{x^2-24}\right)^2 = 5^2,$

$x^2 - 24 = 25,$

$x^2 = 25 + 24,$

$x^2 = 49$

$x = \pm 7.$

Проверка:

$x_1 = 7,$

$\sqrt{7^2-24} = 5,$

$\sqrt{49-24} = 5,$

$\sqrt{25} = 5,$

$5 = 5.$

$x_2 = -7,$

$\sqrt{(-7)^2 - 24} = 5,$

$\sqrt{49-24} = 5,$

$\sqrt{25} = 5,$

$5 = 5.$

Ответ: ± 7

$0x - 2 = \sqrt{x}$

Решение:

$0 \quad x - 2)^2 = (\sqrt{x})^2,$

$^2 - 4x + 4 = x,$

$x^2 - 4x + 4 - x = 0,$

$x^2 - 5x + 4 = 0,$

$0 = 25-4 \cdot 1 \cdot 4 = 25-16 = 9,$

$x_1 = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4,$

Проверка:

$x_1 = 4,$

$4-2= \sqrt{4},$

$2=2.$

$x_2 = 1$ - не является корнем,

$1-2 \neq \sqrt{1}$

$0 \; 1 \neq 1.$

Ответ: 4.

1 $\sqrt{x - 6} = \sqrt{4 - x}.$

Решение:

$(\sqrt{x-6})^2 = (\sqrt{4-x})^2,$

$x - 6 = 4 - x,$

$x + x = 6 + 4,$

$2x = 10,$

$x = 5.$

Проверка:

0 = 5 – не является корнем, т.к. левая часть уравнения не определена при x=5.

Ответ: нет корней.

Порядок выполнения отчета по практической работе

0 Выполнить задания 1 – 10.
1 Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
2 Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Название практической работы.
Учебная цель.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала

Раздел 1 «Ачслгебра».

Тема 1.2 «Корни, степени и логарифмы»

Название практической работы №4:
«Нахождение значений степеней с рациональными показателями».

Учебная цель: приобрести навыки вычисления степенных выражений с рациональным показателем.

Образовательные результаты

0 сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.

2.Выполнить практическую работу.

3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

0 Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

1 Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

1.0 Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

1.1 Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

1.2 Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011

2.Рабочая тетрадь в клетку

3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.

4.Калькулятор простой.

5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Если **n** – натуральное число, то

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a ... \cdot a}_{n}$$

Например: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$

Для любых чисел **а** и **в**, любых целых чисел **n** и **m** справедливы равенства:

$0\ n \cdot a^m = a^{n+m}$

$a^n \div a^m = a^{n-m}$

$(a^n)^m \quad 0\ a^{n \cdot m}$

$\left(\frac{a}{в}\right)^m \quad 0\frac{a^m}{в^m}$

$a^1 = a$ | $a^0 = 1$ | $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Степенью числа a>0 с рациональным показателем $r = \frac{m}{n}$, где m – целое число, а n – натуральное (n>0), называется число $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[n]{a^m}$.

$$\boxed{a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

1.Перечислите свойства степеней с рациональным показателем.

Задания для практического занятия:

Вариант №1.

1. Упростите выражение: а) $a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{5}{3}}a^{\frac{1}{6}}b^{-\frac{1}{6}}$; б) $9^{\frac{3}{2}} + 27^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{3}{4}}$; в) $\frac{12^{\frac{1}{2}}}{7^{\frac{2}{3}} \cdot 8^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{3^{\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{5}{3}}}{8^{-\frac{1}{6}}}$

0 Решите уравнение: $\sqrt{8 - 6x - x^2} = x + 6$

1 Решите систему уравнений: $\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 5 \\ \sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{y} = 1 \end{cases}$

2 Упростите выражение: $\frac{c - 1}{c^{\frac{3}{4}} + c^{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{c^{\frac{1}{2}} + c^{\frac{1}{4}}}{c^{\frac{1}{2}} + 1} \cdot c^{\frac{1}{4}} + 1$

3 Решите уравнение: $(7x + 2) \cdot \sqrt{4x - 3x^2 - 1} = 0.$

Вариант №2.

1. Упростите выражение: а) $a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{7}{12}}a^{-\frac{3}{4}}b^{-\frac{2}{3}}$; б) $9^{1,5} - 81^{0,5} - (0,5)^{-2}$; в) $\frac{5^{\frac{3}{2}} \cdot 8^{\frac{1}{12}}}{9^{\frac{1}{3}}} \cdot \frac{8^{\frac{1}{4}}}{5^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{\frac{1}{6}}}$.

23 Решите уравнение: $\sqrt{1 + 4x - x^2} = x - 1$

24 Решите систему уравнений: $\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8 \\ \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 15 \end{cases}$

◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌ĀĀȀ̀ГĀ◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌0 Упростите выражение:

$$\left(a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}-\frac{ab}{a+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}}\right):\frac{a^{\frac{1}{4}}b^{\frac{1}{4}}-b^{\frac{1}{2}}}{a-b}$$

◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌ĀĀȀ̀ГĀ◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌Ā◌1 Решите уравнение:

$$\left(4x-x^2-3\right)\cdot\sqrt{5x-8}=0$$

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий рассмотрите примеры:

$$7^{\frac{1}{4}}=\sqrt[4]{7^1}=\sqrt[4]{7}$$

$$81^{\frac{3}{4}}=\left(\sqrt[4]{81}\right)^3=3^3=27$$

$$2^{\frac{5}{6}}=\sqrt[6]{2^5}=\sqrt[6]{32}$$

$$128^{-\frac{2}{7}}=\frac{1}{128^{\frac{2}{7}}}=\frac{1}{\sqrt[7]{128^2}}=\frac{1}{\left(\sqrt[7]{128}\right)^2}=\frac{1}{2^2}=\frac{1}{4}$$

$$a^{-\frac{7}{15}}=\sqrt[15]{a^{-7}}=\sqrt[15]{\frac{1}{a^7}}$$

$$243^{0,4}=\left(3^5\right)^{0,4}=3^{5\cdot 0,4}=3^2=9$$

$$8^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{8^1}=\sqrt[3]{8}=2$$

Представить выражение в виде степени:

$$\sqrt[5]{x^3}\cdot\sqrt{x}=x^{\frac{3}{5}}\cdot x^{\frac{1}{2}}=x^{\frac{3}{5}+\frac{1}{2}}=x^{\frac{6+5}{10}}=x^{\frac{11}{10}}$$

$$\frac{x^{0,5}}{\sqrt[4]{x^2}}=x^{0,5}\div\sqrt[4]{x^2}=x^{0,5}\div x^{\frac{2}{4}}=x^{0,5-\frac{1}{2}}=x^0=1$$

$$\sqrt{x\sqrt[5]{x^3}}^{\,3}=\left(x\cdot x^{\frac{3}{5}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\ldots=x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{3}{10}}\cdot x^{\frac{3}{10}}=x^{\frac{1}{2}+\frac{3}{10}+\frac{1}{10}}=x^{\frac{10+15+1}{10}}=x^{\frac{26}{10}}=x^{\frac{13}{5}}$$

Вычислить:

$$\frac{3^{\frac{2}{3}}\cdot 81^{\frac{3}{4}}}{3^{-\frac{1}{3}}}=\frac{3^{\frac{2}{3}}\cdot\left(\sqrt[4]{81}\right)^3}{3^{-\frac{1}{3}}}=\frac{3^{\frac{2}{3}}\cdot 3^3}{3^{-\frac{1}{3}}}=3^{\frac{2}{3}+3-\left(-\frac{1}{3}\right)}=3^{\frac{2}{3}+3+\frac{1}{3}}=3^4=81$$

Упростить выражение:

$$\left(a^{\frac{1}{4}}+б^{\frac{1}{4}}\right)\cdot\left(a^{\frac{1}{4}}-б^{\frac{1}{4}}\right)+\sqrt{б}=\left(a^{\frac{1}{4}}\right)^2-\left(б^{\frac{1}{4}}\right)^2+\sqrt{б}=a^{\frac{1}{2}}-б^{\frac{1}{2}}+б^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{a\cdot\sqrt[3]{б}-\sqrt[3]{a}\cdot б}{\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{б}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}\cdot б^{\frac{1}{3}}\left(a^{\frac{2}{3}}-б^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{1}{3}}\cdot б^{\frac{1}{3}}}=a^{\frac{2}{3}}-б^{\frac{2}{3}}$$

Порядок выполнения отчета по практической работе

1. Выполнить задания 1 – 5.
23 Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
24 Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Название практической работы.
Учебная цель.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала

Раздел 1 «Алгебра».
Тема 1.2 «Корни, степени и логарифмы»

Название практической работы №5:
«Решение показательных уравнений»

Учебная цель: приобрести навыки решения показательных уравнений.

Образовательные результаты

5888 владение стандартными приемами решения показательных уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств.

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

0 Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.
1 Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
2 Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
3 Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
4 Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Определение Уравнение, в котором переменная содержится в показателе степени, называется показательным.

Способы решения показательных уравнений

Выделяют две группы способов: графический и аналитические.

Суть графического способа решения уравнений:

-Построить графики двух функций (левая и правая части уравнения); -Найти абсциссы точек пересечения графиков; -Записать ответ.

Графический способ можно применить не всегда, поэтому рассмотрим более универсальные основные аналитические способы решения показательных уравнений. *Аналитические способы:*

1.Приравнивание показателей;
2.Вынесение общего множителя за скобки;
3.Введение новой переменной;
4.Использование однородности.
5.Рассмотрим каждый способ подробнее и разберем на примере.

Приравнивание показателей.
Суть метода:
0 Уединить слагаемое, содержащее переменную;
1 Привести степени к одному основанию;
2 Приравнять показатели;
3 Решить полученное уравнение;
4 Записать ответ.
Вынесение общего множителя за скобки
Примечание: выносим за скобки множитель с меньшим показателем.
Введение новой переменной
Как правило, уравнения, решаемые этим способом, сводятся к квадратным.
Использование однородности
Определение Показательные уравнения вида $a^{f(x)} = b^{f(x)}$ называются однородными. Суть метода: Так как показательная функция не может принимать значение, равное нулю,
0 обе части уравнения можно делить на одно и то же не равное нулю число, разделим обе части уравнения, например, на $b^{f(x)}$.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

1.Какое уравнение называется показательным?
2.Какие методы решения показательных уравнений вы знаете? В чем их суть?

Задания для практического занятия:

Вариант 1	**Вариант 2**
1. *Решить уравнения*:	
1) $8^x = 64$;	1) $0{,}5^x = 0{,}125$;
2) $2^{x+1} = 32$;	2) $3^{x-2} = 81$;
3) $7^x = \frac{1}{343}$;	3) $\left(\frac{1}{6}\right)^x = 36$;
4) $\left(\frac{4}{5}\right)^x = \frac{25}{16}$;	4) $\left(\frac{3}{2}\right)^x = \frac{16}{81}$;
5) $3^{-1-x} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2x+3}$;	5) $\left(\frac{1}{6}\right)^{4x-7} = 6^{x-3}$;
6) $3^{2x} - 6 \cdot 3^x - 27 = 0$;	6) $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий рассмотрите примеры:
Решите уравнения.
23 $5^{x-2} = 25$.
Левую и правую части уравнения приводим к одному основанию.
$5^{x-2} = 5^2$; $x - 2 = 2$; $x = 4$.
Ответ: 4.

23 $3^{x+1} - 4 \cdot 3^{x-1} = 45$.

Для решения этого уравнения, выносим за скобки общий множитель:

$3^{x-1}\cdot(3^2-4)=45$; $3^{x-1}\cdot(9-4)=45$; $3^{x-1}\cdot 5=45$.

Разделим правую и левую части уравнения на 5; $3^{x-1}=9$.

Приводим к одному основанию: $3^{x-1}=3^2$; $x-1=2$; $x=3$.

Ответ: 3.

23 $9^x-6\cdot 3^x-27=0$.

Преобразуем это уравнение: $3^{2x}-6\cdot 3^x-27=0$.

Сделаем замену переменной: $y=3^x$.

Поэтому данное уравнение принимает вид: $y^2-6y-27=0$.

Найдем решение этого квадратного уравнения: $y^2-6y-27=0$.

23 $=b^2-4ac$; $D=(-6)^2-4\cdot 1\cdot(-27)=36+108=144$.

$$y_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{6+12}{2\cdot 1}=\frac{18}{2}=9;\quad y_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{6-12}{2\cdot 1}=-\frac{6}{2}=-3.$$

Если $y=9$, то $3^x=9$; $3^x=3^2$; $x=2$.

Если $y=-3$, то $3^x=-3$ — это уравнение не имеет решения, т. к. $3^x>0$ при любом значении x.

Ответ: 2.

23 $7^{2x}-5\cdot 7^x-14=0$.

Обозначим $7^x=y$, тогда $7^{2x}=y^2$.

Данное уравнение приводится к виду: $y^2-5y-14=0$;

23 $=b^2-4ac=25-4\cdot 1\cdot(-14)=25+56=81$.

$y_1=7$; $y_2=-1$.

Получаем совокупность уравнений:

а) $7^x=7$; $x=1$.

б) $7^x=-1$ — нет решения, т. к. $7^x>0$ при любом x.

Ответ: 1.

Порядок выполнения отчета по практической работе

23 Выполнить задания 1 – 6.
24 Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
25 Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Название практической работы.
Учебная цель.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 1 «Алгебра».

Тема 1.2 «Корни, степени и логарифмы»

Название практической работы №6:
«Решение прикладных задач »

Учебная цель: приобрести навыки решения прикладных задач.

Образовательные результаты

5888 владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

23 Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.
24 Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.
25 Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. —
М., 2014.
26 Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.
27 Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Свойства степеней:

23 $a^p \cdot a^q = a^{p+q}$;

23 $a^p : a^q = a^{p-q}$;

24 $(a^p)^q = a^{p\cdot q}$;

25 $(ab)^p = a^p b^p$;

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

1.Перечислите свойства степеней.

Задания для практического занятия:

Вариант 1	Вариант 2
1. Вычислите: $16^{\frac{1}{3}}$. 2. Сравните : $\sqrt[3]{3}$ и $\sqrt[3]{4}$. 3. Разложите на множители $a^{\frac{1}{4}}$ - $b^{\frac{1}{4}}$. 4. Вкладчик вложил в банк 8 000 рублей под 3% годовых. Сколько денег получит вкладчик через 2 года? 5. Упростите выражение $a^{\frac{1}{9}}\sqrt[6]{a\sqrt[3]{a}}$.	1. Вычислите: $81^{\frac{1}{3}}$. 2. Сравните : $\sqrt[6]{5}$ и $\sqrt[6]{7}$. 3. Разложите на множители $a^{\frac{1}{6}}$ - $b^{\frac{1}{6}}$. 4. Вкладчик вложил в банк 12 000 рублей под 3% годовых. Сколько денег получит вкладчик через 2 года? 5. Упростите выражение $a^{\frac{1}{12}}\sqrt[3]{a\sqrt[4]{a}}$.

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий рассмотрите примеры:

№1 Вкладчик вложил в банк 5 000 рублей под 2% годовых. Сколько денег получит вкладчик через 3 года?

– При помощи какой формулы мы можем дать ответ на поставленный вопрос? (формула сложных процентов)

S = $a(1+\frac{p}{100})^t$ = $5\,000(1+\frac{2}{100})^3$ = 5 000 × $1{,}02^3$ =5 306,04 (руб.)

№2 В наше нестабильное время не всегда кладут деньги в банк на целое количество лет, в некоторых ситуациях люди вынуждены снимать деньги раньше планируемого времени или класть деньги в банк даже на несколько месяцев. Как же решать подобные задачи в этих случаях?

– Какая формула используется для решения этой задачи? (Та же формула сложных процентов.)

– Попробуем решить подобную задачу

Банк выплачивает ежегодно 3% от суммы вклада. Сколько денег получит вкладчик через 2 года 7 месяцев, если первоначальная сумма вклада составляла 2 000 рублей?

S = $a(1+\frac{p}{100})^t$ = $2\,000(1+\frac{3}{100})^{2\frac{7}{12}}$ = 2 000 × $1{,}03^{2\frac{7}{12}}$ =2 158,7 (руб.)

Порядок выполнения отчета по практической работе

0 Выполнить задания 1 – 6.

1 Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

2 Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.

Тема.

Название практической работы.

Учебная цель.

Решения заданий практической работы.

Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 1 «Алгебра».

Тема 1.2 «Корни, степени и логарифмы»

Название практической работы №7: «Нахождение значений логарифма по произвольному основанию. Логарифмирование и потенцирование выражений».

Учебная цель: выполнить преобразования логарифмических выражений**.**

Образовательные результаты

0 сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.

2.Выполнить практическую работу.

3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

0 Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

1 Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

2 Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

3 Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

4 Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

2.Рабочая тетрадь в клетку

3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.

4.Калькулятор простой.

5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Определение. Алгебраическое выражение - это выражение, содержащее числа, буквенные переменные, скобки, а также знаки математических действий: сложения, вычитания, деления, извлечения корня, возведения в степень, логарифмирования.

Определение. Тождеством называют равенство, верное при всех допустимых значениях входящих в него переменных.

Если соответственные значения двух выражений, содержащих одни и те де переменные, совпадают при всех допустимых значениях переменных, то выражения называют *тождественно равными*.

Замену одного выражения другим, тождественно равным ему, называют *тождественным преобразованием выражения*.

Определение. Логарифм числа b по основанию a ($\log_a b$) определяется как показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b (Логарифм существует только у положительных чисел).

$$\log_a b = x \text{ означает что } a^x = b$$

Логарифм в переводе с греческого буквально означает "число, изменяющее отношение".

Специальные обозначения:

1.Натуральный логарифм $\ln a$- логарифм по основанию e, где e- число Эйлера.

2.Десятичный логарифм $\lg a$- логарифм по основанию 10.

Свойства логарифмов:

1° $a^{\log_a b} = b$- основное логарифмическое тождество.

2° $\log_a a = 1, a > 0, a \neq 1$

3°

Логарифм единицы по любому положительному, отличному от 1, основанию равен нулю. Это возможно потому, что из любого действительного числа можно получить 1 только возведя его в нулевую степень.

4° $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$- логарифм произведения.

Логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей.

5° $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ - логарифм частного.

Логарифм частного (дроби) равен разности логарифмов сомножителей.

6° $\log_a b^p = p \cdot \log_a b$- логарифм степени.

Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм ее основания.

7° $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$

8°

9° $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$- переход к новому основанию.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

1.Какое выражение называется алгебраическим?

2.Что такое логарифм?

3.Перечислите свойства логарифма?

Задания для практического занятия:

Вариант 1.

Найдите значение выражения

1) $6 \cdot 7^{\log_7 2}$;

2) $9^{\log_3 4}$;

3) $\log_{0,25} 2$;

4) $\log_4 8$;

5) $(\log_2 16)(\log_6 36)$;

6) $\log_6 270 - \log_6 7,5$;

7) $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$;

8) $\log_{0,2} 10 - \log_{0,2} 2$;

9) $\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$;

10) $104\log_3 \sqrt[8]{3}$;

11) $\log_{6\,13} 13$;

12) $\log_{\sqrt{3}} 18$

13) $\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2$;

14) $5^{\log_{25} 49}$;

15) $8^{2\log_8 3}$;

16) $64^{\log_8 \sqrt{3}}$;

17) $\log_4 \log_5 25$;

18) $\frac{24}{3^{\log_3 2}}$;

19) $3^{\log_3 8,1 + \log_3 10}$;

20) $\frac{\log_6 \sqrt{13}}{\log_6 13}$

Вариант 2.

Найдите значение выражения

$9 \cdot 10^{\log_{10} 3}$

1) ;

$\log_2 6$

2) 4 ;

3) $\log_{0,25} 8$;

4) $\log_{25} 5$;

5) $(\log_2 4)(\log_3 81)$;

6) $\log_{12} 252 - \log_{12} 1,75$;

7) $\log_{1,2} 10 - \log_{1,2} 12$;

8) $\log_3 6,75 + \log_3 4$;

9) $\frac{\log_6 512}{\log_6 8}$;

10) $104\log_4 \sqrt[8]{4}$;

6

$-$;

11) $\log_4 6$

$\frac{\log_7 98}{2 + \sqrt{\log_7}}$

12) 2 ;

13) $\frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2$;

14) $\log_{3\sqrt{5}} 5$;

$2\log_{\sqrt{6}} 14$

15) 6 $-$;

16) $64^{\log_8 \sqrt{15}}$;

17) $\log_3 \log_9 729$;

18) $\frac{65}{9^{\log_9 5}}$;

$6,4 + \log$

19) $\log_{44}$ 10;

20) $\frac{\log_4 \sqrt{7}}{\log_4 7}$.

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий воспользуйтесь свойствами логарифма и рассмотрите примеры

Найдите значение выражения $\log_6 4 + \log_6 9$

Поскольку основания у логарифмов одинаковые, используем формулу суммы:

$\log_6 4 + \log_6 9 = \log_6 (4 \cdot 9) = \log_6 36 = 2$.

Найдите значение выражения $\log_2 48 - \log_2 3$ Основания одинаковые, используем формулу разности: $\log_2 48 - \log_2 3 = \log_2 (48 : 3) = \log_2 16 = 4$.

Найдите значение выражения $\log_3 135 - \log_3 5$

Снова основания одинаковые, поэтому имеем: $\log_3 135 - \log_3 5 = \log_3 (135 : 5) = \log_3 27 = 3$.

Вычислить:

$(3\log_7 2 - \log_7 24) : (\log_7 3 - \log_7 9)$.

Решение: Используя свойства логарифмов, получим

$(3\log_7 2 - \log_7 24 : (\log_7 3 + \log_7 9) = (\log_7 2^3 - \log_7 24) : \log_7 27 = \log_7 3^{-1} : \log_7 3^3 = -\log_7 3 : 3\log_7 3 = -(1/3)$.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 20.

Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.

Тема.

Название практической работы.

Учебная цель.

Решения заданий практической работы.

Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 1 «Алгебра».

Тема 1.2 «Корни, степени и логарифмы»

Название практической работы №8:
«Приближенные вычисления и решения прикладных задач»

Учебная цель: выполнить приближенные вычисления и приобрести навыки решения прикладных задач.

Образовательные результаты

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий.

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Определение. Логарифм числа b по основанию a ($\log_a b$) определяется как показатель степени, в которую надо возвести число a, чтобы получить число b (Логарифм существует только у положительных чисел).

$$\log_a b = x \text{ означает что } a^x = b$$

Логарифм в переводе с греческого буквально означает "число, изменяющее отношение".

Специальные обозначения:

1.Натуральный логарифм $\ln a$- логарифм по основанию e, где e- число Эйлера.
2.Десятичный логарифм $\lg a$- логарифм по основанию 10.

Свойства логарифмов:

1° $a^{\log_a b} = b$- основное логарифмическое тождество.
2° $\log_a a = 1, a > 0, a \neq 1$
3°

Логарифм единицы по любому положительному, отличному от 1, основанию равен нулю. Это возможно потому, что из любого действительного числа можно получить 1 только возведя его в нулевую степень.

4° $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$- логарифм произведения.

Логарифм произведения равен сумме логарифмов сомножителей.

5° $\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ - логарифм частного.

Логарифм частного (дроби) равен разности логарифмов сомножителей.

6° $\log_a b^p = p \cdot \log_a b$ - логарифм степени.

Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм ее основания.

7° $\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$

8°

9° $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$ - переход к новому основанию.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

1.Что такое логарифм?

2.Перечислите свойства логарифма?

Задания для практического занятия:

Вариант 1.

№1

Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 2 \cdot 10^{-6}$ *Ф*. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 5 \cdot 10^6$ *Ом*. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 16$ *кВ*. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением

$$t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U} \,(c) \quad \text{где } \alpha = 0{,}7 \text{ — постоянная}$$

Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 21 с.

№2 В начальный момент времени было 8 бактерий. Через 2 часа после помещения бактерий в питательную среду, их число возросло до 100. Через сколько времени с момента размещения в питательную среду следует ожидать появления 500 бактерий?

№3

Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 20^0 C$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_в = 60^0 C$. Расход проходящей через трубу воды $m = 0{,}3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x (м), вода охлаждается до температуры $T(C)$, при чём

$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п} \text{ (м)}$$

где $c = 4200$ Дж/кг · С — теплоемкость воды

$\gamma = 21$ Вт/м · ℃ — коэффициент теплообмена,

$\alpha = 0{,}7$ — постоянная.

До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 84 м.

Вариант 2.
№1

Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\vartheta = 3$ моля воздуха объемом $V_1 = 8$ **л**, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражение $A = \alpha\vartheta T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$ (Дж),

где $\alpha = 5{,}75$ постоянная

$T = 300K$ — температура воздуха.

Какой объём V_2(в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж.

№2

Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $\vartheta = 2$ **моля** воздуха при давлении $p_1 = 1{,}5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением

$$A = \alpha\vartheta T \log_2 \frac{p_2}{p_1} \text{ (Дж)},$$ **где**

$\alpha = 5{,}75$ — постоянная

$T = 300K$ — температура воздуха

p_1 (атм) — начальное давление

p_2 (атм) — конечное давление воздуха в колоколе.

До какого наибольшего давления p_2 можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

№3

Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 20^0$C, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_в = 100^0$C. Расход проходящей через трубу воды m = 0,2 кг/с. Проходя по трубе расстояние *x* (м), вода охлаждается до температуры T^0C, при чём

$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п}$$

где c = 4200Дж/кг*C — теплоемкость воды
γ = 42 Вт/м ^{*0}C— коэффициент теплообмена
a = 1,4 — постоянная.
До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 28 м?

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий воспользуйтесь свойствами логарифма и рассмотрите примеры :

№1

Ёмкость высоковольтного конденсатора в телевизоре $C = 5\cdot10^{-6}$Ф. Параллельно с конденсатором подключен резистор с сопротивлением $R = 2\cdot10$ Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе $U_0 = 25$ кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения U (кВ) за время, определяемое выражением:

$$t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U} (c) \quad \text{где } \alpha = 2{,}3 \text{ — постоянная}$$

Определите (в киловольтах), наибольшее возможное напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло не менее 46 с.

Нам необходимо найти наибольшее возможное U на конденсаторе, при условии, что прошло не менее 46 секунд, то есть $t \geq 46$.

Решаем неравенство $\alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U} \geq 46$

$$2{,}3 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-6} \log_2 \frac{25}{U} \geq 46$$

$$23 \cdot \log_2 \frac{25}{U} \geq 46$$

$$\log_2 \frac{25}{U} \geq 2$$

Двойку представим в виде логарифма с основанием 2:

$$\log_2 \frac{25}{U} \geq \log_2 4$$

Знаки логарифмов мы можем снять, так как основания логарифмов в обеих частях равны. Знак неравенства не изменяется, так как основание логарифма больше единицы. Таким образом, далее будем неравенство:

$$\frac{25}{U} \geq 4 \quad |\cdot U$$

Напряжение величина положительная, знак неравенства не меняется (при умножении частей неравенства на отрицательное число знак изменяется на противоположный):

$$25 \geq 4U \quad \left|\cdot \frac{1}{4}\right.$$

$$U \leq 6{,}25$$

Наибольшее возможное напряжение на конденсаторе 6,25 кВ.

Ответ: 6,25

№2
Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий υ = 6 моля воздуха при давлении p_1 = 2,5 атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением:

$$A = \alpha \vartheta T \log_2 \frac{p_2}{p_1} \text{ (Дж), где}$$

= 5,75— постоянная — постоянная
T = 300K — температура воздуха
p_1 (атм) — начальное давление
p_2 (атм) — конечное давление воздуха в колоколе.

До какого наибольшего давления p_2 можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 10350 Дж? Ответ приведите в атмосферах.
Сказано, что «совершается работа не более, чем 10350 Дж», то есть максимальная работа, которая совершается при сжатии воздуха это 10350 Дж. Наибольшее давление будет достигнуто именно при максимальной работе, поэтому подставив все известные величины в выражение, решим уравнение и найдём p_2:

$$10350 = 5{,}75 \cdot 6 \cdot 300 \cdot \log_2 \frac{p_2}{2{,}5}$$

$$\log_2 \frac{p_2}{2{,}5} = \frac{10350}{5{,}75 \cdot 6 \cdot 300}$$

$$\log_2 \frac{p_2}{2{,}5} = 1$$

Используем понятие основного логарифмического тождества:

$$\frac{p_2}{2{,}5} = 2^1$$

$$p_2 = 5$$

При заданных условиях воздух можно сжать до 5 атмосфер.

Ответ: 5

№3
Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени υ = 4 моля воздуха объемом V_1 = 15л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением:

$$A = \alpha \vartheta T \log_2 \frac{V_1}{V_2} \ (Дж)$$

где α = 9,15— постоянная
T = 300K— температура воздуха.

Какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10980 Дж.

В данной задаче необходимо найти V_2, подставив все известные значения в формулу:

$$A = \alpha\vartheta T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$$

$$10980 = 9{,}15 \cdot 4 \cdot 300 \cdot \log_2 \frac{15}{V_2} \quad \Big| \cdot \frac{1}{9{,}15 \cdot 4 \cdot 300}$$

$$\frac{10980}{9{,}15 \cdot 4 \cdot 300} = \log_2 \frac{15}{V_2}$$

$$1 = \log_2 \frac{15}{V_2}$$

отличие от уже решённых задач, так можно использовать определение основного логарифмического тождества:

$$\frac{15}{V_2} = 2^1$$

$$V_2 = 7{,}5$$

Воздух станет занимать 7,5 литра.
Ответ: 7,5

№4

Для обогрева помещения, температура в котором равна $T_п = 20^0C$, через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой $T_в = 100^0C$. Расход проходящей через трубу воды m = 0,2 кг/с. Проходя по трубе расстояние *x* (м), вода охлаждается до температуры T^0C, при чём

$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п}$$

где c = 4200Дж/кг·C — теплоемкость воды
= 42 Вт/м·^{0}C— коэффициент теплообмена
α = 1,4 — постоянная.
До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 28 м? В данном случае необходимо решить уравнение:

$$x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_в - T_п}{T - T_п}$$

Найдём T, подставив все известные значения:

$$28 = 1{,}4 \cdot \frac{4200 \cdot 0{,}2}{42} \cdot \log_2 \frac{100 - 20}{T - 20}$$

$$28 = 28 \cdot \log_2 \frac{80}{T - 20}$$

$$\log_2 \frac{80}{T - 20} = 1$$

Единицу представим в виде логарифма с основанием 1:

$$\log_2 \frac{80}{T - 20} = \log_2 2$$

Так как основания логарифмов равны, то равны их подлогарифмические выражения:

$$\frac{80}{T - 20} = 2$$

$$T - 20 = 40$$

$$T = 60$$

Вода охладится до температуры 60 градусов Цельсия.
Ответ: 60

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 3.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Название практической работы.
Учебная цель.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала

Раздел 1 «Алгебра».
Тема 1.2 «Корни, степени и логарифмы»

Название практической работы №9:
«Решение логарифмических уравнений».

Учебная цель: приобрести навыки решения логарифмических уравнений и неравенств.

Образовательные результаты

владение методами доказательств и алгоритмов решения, умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач.

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Определение Уравнения, содержащие переменную под знаком логарифма (в частности, в основании логарифма), называются логарифмическими. Рассмотрим логарифмические уравнения вида:

$\log_a f(x) = \log_a g(x) \qquad (a > 0, a = 1)$ (1)

Решение этих уравнений основано на следующей теореме.

Теорема 1. Уравнение $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ равносильно системе

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) = g(x) \end{cases} \quad (2)$$

Для решения уравнения (1) достаточно решить уравнение

$f(x) = g(x)$ (3)

и его решения подставить в систему неравенств

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0 \end{cases} \quad (4),$$

задающую область определения уравнения (1).
Корнями уравнения (1) будут только те решения уравнения (3), которые удовлетворяют системе (4), т.е. принадлежат области определения уравнения (1).
При решения логарифмических уравнений может произойти расширение области определения (приобретение посторонних корней) или сужение (потеря корней). Поэтому подстановка корней уравнения (3) в систему (4), т.е. проверка решения, обязательна.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

1.Дайте определение логарифма.
2.Какое уравнение называется логарифмическим?
2.Какие методы решения логарифмических уравнений вы знаете? В чем их суть?

Задания для практического занятия:

Вариант 1 **Вариант 2**

Решить уравнение:	
$\log_2 (4-x)=2$; $\log_1 (x-3)=-1$; $\log_2{}^4 (x_2-3x-10)=3$; $\log_{0,3} (-x^2+5x+7)=\log_{0,3} (10x-7)$; $\log_3 x=\log_3 30-\log_3 10$; $\log^2{}_2 x-4\log_2 x+3=0$; $\log^2{}_2 x-7\log_2 x+12=0$;	$\log_4 (x+1)=1$; $\log_1 (2x-5)=-1$; $\log_1{}^3 (x_2+x-5)=-1$; $\log_0{}^7{}_{,2} (-x^2+4x+5)=\log_{0,2} (-x-31)$; $\log_4 (x^2+1)=\log_4 13+\log_4 2$; $\log^2{}_2 x -5\log_2 x+4=0$; $\log^2{}_2 x-6\log_2 x+8=0$.

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий рассмотрите примеры:
Решите уравнения.

1) $\log_3 x = 2$
x=3^2
x=9
Ответ: 9

2) $\log_{0,5} x = -1$
x=0,5^{-1}
$x=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$; x=2
Ответ: 2

3) $\lg x = 3$
x=10^3
x=1000
Ответ: 1000

$\log_6(3x-5)=\log_6(x-3)$, областью определения логарифмической функции являются положительные числа, значит,

$3x-5=x-3$

$3x-x=5-3$

$2x=2$

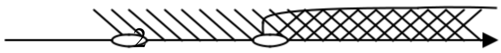
$x=1$

$3x-5>0,\quad x-3>0$

$3x>5\quad x>3$

$x>\frac{5}{3}$

$x>1\frac{2}{3}$



$1\notin(3;\ \infty)$ $\quad x\in(3;\ \infty)$

Ответ: решения нет.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 7.

Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.

Тема.

Название практической работы.

Учебная цель.

Решения заданий практической работы.

Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала

Раздел 2 «Прямые и плоскости в пространстве».
Тема 2.1 «Прямые и плоскости в пространстве»

Название практической работы №10:
«Решение задач по теме: «Прямые и плоскости в пространстве»»

Учебная цель: приобрести умения и навыки применения изученных теоретических фактов в ходе решения задач**.**

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Прямые

Параллельные прямые - прямые в пространстве, которые лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Теорема о параллельных прямых. Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна. **Лемма о пересечении плоскости параллельными прямыми.** Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.

Прямая и плоскость

Три случая взаимного расположения прямой и плоскости в пространстве:

Прямая лежит в плоскости.
Прямая и плоскость имеют только одну общую точку (т.е. пересекаются).
Прямая и плоскость не имеют ни одной общей точки.

Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек.

Признак параллельности прямой и плоскости:

Если прямая, не принадлежащая плоскости, параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельно данной плоскости. См.Рис.1.

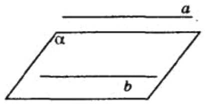
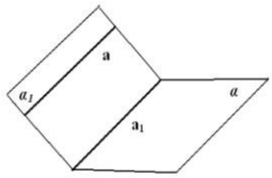


Рис.1

Свойство прямой, параллельной плоскости:

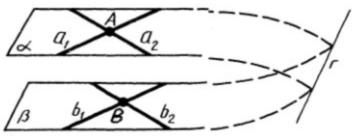
Если в одной из пересекающихся плоскостей лежит прямая, параллельная другой плоскости, то она параллельна линии пересечения плоскостей.



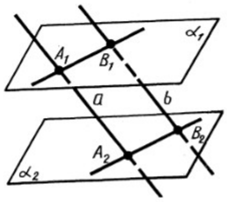
Плоскости

Параллельные плоскости – плоскости, не имеющие общих точек.

Признаки параллельности плоскостей:



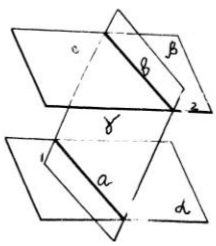
Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.



Если две плоскости перпендикулярны одной и той же прямой, то эти плоскости параллельны.

Свойства параллельных плоскостей:

Если две параллельные плоскости пересекаются третьей плоскостью, то линии пересечения плоскостей параллельны.



Отрезки параллельных прямых, заключенные между двумя параллельными плоскостями, равны.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Какие прямые называются параллельными?
Какие плоскости называются параллельными?
Как могут располагаться прямые и плоскости в пространстве?
Назовите свойства параллельных плоскостей.

Задания для практического занятия:

Вариант 1

1. Плоскость $\boldsymbol{\alpha}$ пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках D и E соответственно, причем $AC \parallel \alpha$. Найдите AC, если $BD : AD = 3 : 4$ и $DE = 10$ см .

2. Отрезок AB пересекает плоскость α, точка C – середина AB. Через точки A, B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и C_1.

Найдите CC_1, если $AA_1 = \frac{6}{\sqrt{2}}$ дм и $BB_1 = \sqrt{2}$ дм.

3. Сторону CD треугольника CDE пересекают плоскости $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$, параллельные стороне CE соответственно в точках K и P, а сторону DE – в точках M и N, причем DK вдвое меньше PK, а CP вдвое больше PK. Найдите CE, если $KM = 6$ см.

4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед, $AB = AD = 8$ дм, $AA_1 = 2$ дм. Найдите площадь сечения $BMKD$, где M – середина B_1C_1 и K – середина C_1D_1.

5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. Точки E и F – середины ребер AA_1 и CC_1 соответственно. Определите число сторон сечения плоскостью, которая определяется точками B, E и F.

6. $MCDN$ – ромб, длина стороны которого 4 см; $MNKP$ – параллелограмм. Найдите периметр четырехугольника $CDKP$, если $NK = 8$ см и $\angle CMP = 60^0$.

7. В треугольной пирамиде $MABC$ все ребра равны 6 см. Найдите периметр сечения, проведенного параллельно стороне BC и проходящего через точки A и K, где K – середина BM.

8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. K – середина AD, M – середина CD. В каком отношении, считая от точки A, делит ребро AA_1 плоскость, проходящая через точки B_1, K и M?

Вариант 2

1. Плоскость $\boldsymbol{\beta}$ пересекает стороны MP и KP треугольника MPK соответственно в точках N и E, причем $MK \parallel \boldsymbol{\beta}$. Найдите NE, если $MK = 12$ см и $MN : NP = 3 : 5$.

2. Отрезок CD пересекает плоскость β, точка E – середина CD. Через точки C, D и E проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость β соответственно в точках C_1,

D_1 и E_1. Найдите EE_1, если $CC_1 = \frac{6}{\sqrt{}}$ см и $DD_1 = \sqrt{3}$ см.

3. Плоскости $\boldsymbol{\alpha}$ и $\boldsymbol{\beta}$, параллельные стороне AB треугольника ABC, пересекают сторону AC соответственно в точках N и M, а сторону BC – в точках E и K. Отрезок MN в три раза больше отрезка CN, а отрезок AM вдвое короче MN. Найдите AB, если $NE = 12$ см.

4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед, $AB = AD = 12$ см, $AA_1 = 3$ см. Найдите площадь сечения $AKEC$, где K – середина A_1B_1 и E – середина B_1C_1.

5. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб, E – середина CC_1. Определите число сторон сечения плоскостью, которая проходит через точки A, B_1 и E.

6. $CDEK$ – ромб, сторона которого равна 8 см; $CKMN$ – параллелограмм. Найдите периметр четырехугольника $DEMN$, если $KM = 6$ см и $\angle DCN = 60^0$.

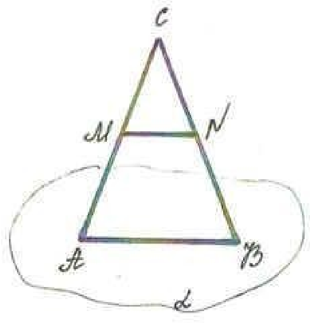
7. В треугольной пирамиде $SMEF$ все ребра равны 4 см. Найдите периметр сечения, проведенного параллельно ребру MF и проходящего через точки E и P, где P – середина SF.

8. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб, точка E – середина CD, F делит ребро AD в отношении $1 : 3$, считая от точки D. В каком отношении делит ребро AA_1 (считая от точки A) плоскость, проходящая через точки B_1, E и F?

Инструкция по выполнению практической работы

При решении задач рассмотрите примеры

1)



Дано:

Δ ABC,

AB ∈ α, C ∉ α,

AM = MC,

CN = NB.

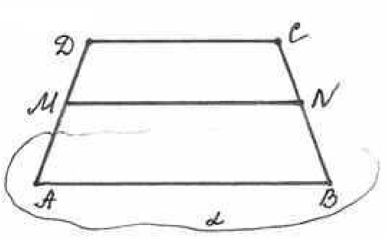
Доказать: MN ∥ α.

Доказательство

MN - средняя линия треугольника ABC, значит MN || AB, AB ∈ a .

Таким образом, MN || a (по признаку параллельности прямой и плоскости).

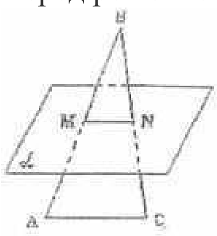
2)



Дано:
ABCD - трапеция,
AB∈ α, CD ∉ α,
AM=MD, CN=NB.

Доказать: MN || α.

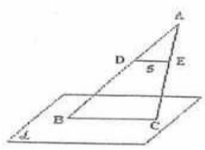
<u>Доказательство</u>
MN - средняя линия трапеции ABCD, значит MN || AB; AB ∈ a (по условию),
Таким образом, MN || a (по признаку параллельности прямой и плоскости).
3)
Сторона AC треугольника ABC параллельна плоскости a , а стороны AB и BC пересекаются с этой плоскостью в точках M и N. Докажите, что треугольники ABC и MBN подобны.
Перед решением данной задачи необходимо вспомнить признаки подобия треугольников.



Дано:
Δ ABC, AC ll α,
AB ∩ α = M,
BC ∩ α = N.

Доказать: Δ ABC подобен Δ MBN

<u>Доказательство</u>
По утверждению : MN || AC. Тогда угол A = углу BMN (как односторонние при параллельных прямых).
угол B - общий.
3. Таким образом, по двум углам треугольник ABC подобен треугольнику MBN.
4) На сторонах AB и AC треугольника ABC взяты соответственно точки D и E так, что OE 5 см и BD = 2/3. Плоскость a проходит через точки B и C и параллельна отрезку OE. Найдите длину отрезка BC.



Дано:
Δ ABC,
D∈AB, E∈AC,
BC∈α, α II DE,
DE = 5 см, BD / DA = 2/3.

Найти: BC.

<u>Решение:</u>
Из условия задачи № 26: треугольник ABC подобен треугольнику ADE.
Тогда AB/AD = BC/DE, 5/3 = x/5, x = 25/3, x = $8^1/_3$.
Ответ: $8^1/_3$.

Порядок выполнения отчёта по практической работе

Выполнить задания 1-8.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Название практической работы.
Учебная цель.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве
Тема 2.1 Прямые и плоскости в пространстве

Практическая работа №11
Решение задач по теме: «Перпендикуляр и наклонная к плоскости»

Учебная цель: приобрести умения и навыки применения изученных теоретических фактов в ходе решения задач

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Оформить отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

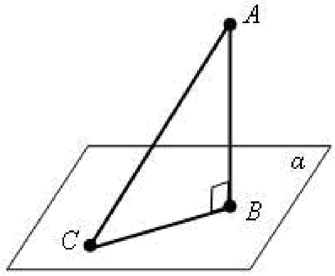
2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Перпендикуляр и наклонная

Перпендикуляром, опущенным из данной точки данную плоскость, называется отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости и лежащий на прямой, перпендикулярной плоскости. Конец этого отрезка, лежащий в плоскости, называется **основанием перпендикуляра**.

Наклонной, проведенной из данной точки к данной плоскости, называется любой отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости, не являющийся перпендикуляром к плоскости. Конец отрезка, лежащий в плоскости, называется **основанием наклонной**. Отрезок, соединяющий основания перпендикуляра наклонной, проведенных из одной и той же точки, называется **проекцией наклонной**.

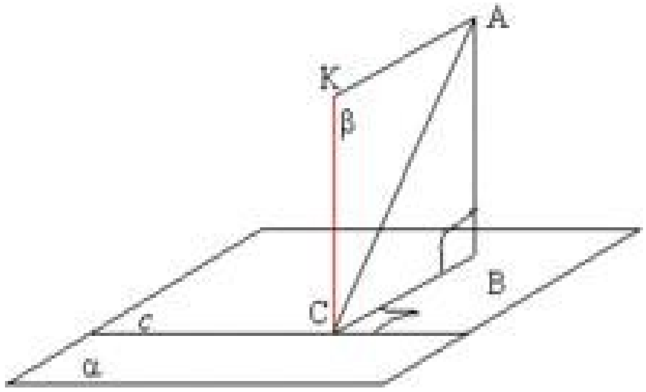


AB – перпендикуляр к плоскости α.
AC – наклонная, CB – проекция.
C – основание наклонной, B - основание перпендикуляра.

Теорема о трех перпендикулярах

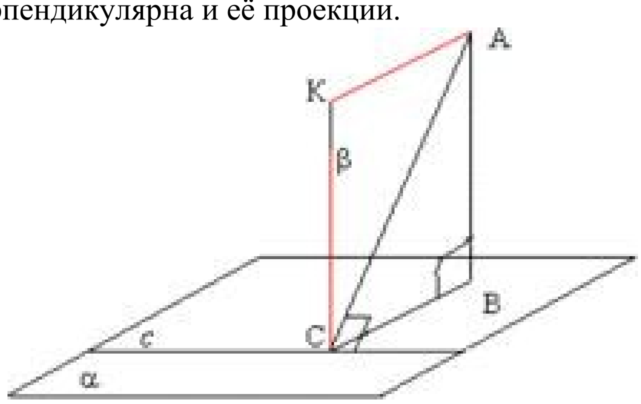
Формулировка теоремы

Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна её проекции, то она перпендикулярна к наклонной.



Обратная теореме о трех перпендикулярах

Если прямая, проведенная на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна наклонной, то она перпендикулярна и её проекции.



Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Дайте определение перпендикуляра, основания перпендикуляра, расстояния от точки до плоскости, наклонной, основания наклонной, проекции наклонной?
Сформулируйте теорему о трех перпендикулярах.
4.Сформулируйте обратную теорему о трех перпендикулярах

Задания для практического занятия:

Вариант 1

1. *ABCD* – квадрат, *BM* $\perp$ *(ABC)*. Найдите отрезок *DM*, если *AB* = $\sqrt{2}$ см, а *BM* = 5 см.

2. *KO* – перпендикуляр к плоскости $\boldsymbol{\alpha}$, *KM* и *KP* – наклонные к плоскости $\boldsymbol{\alpha}$, *OM* и *OP* – проекции наклонных, причем сумма их длин равна 15 см. Найдите расстояние от точки *K* до плоскости $\boldsymbol{\alpha}$, если *KM* = 15 см и *KP* = $10\sqrt{3}$ см.

3. Треугольник *ABC* – прямоугольный, $\angle C = 90^0$, *AC* = 8 см, *BC* = 6 см. Отрезок *CD* – перпендикуляр к плоскости *ABC.* Найдите *CD,* если расстояние от точки *D* до стороны *AB* равно 5 см.

4. Треугольник *MKN* равносторонний со стороной, равной 18 см. Точка *C* удалена от вершин треугольника *MKN* на 12 см. Найдите расстояние от точки *C* до плоскости *MKN*.

5. *ABCD* – квадрат. Точка *M* удалена от сторон квадрата на $3\sqrt{2}$ см. Найдите периметр квадрата, если точка *M* удалена от плоскости *ABC* на $\sqrt{2}$ см.

6. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. Найдите расстояние между прямыми AB_1 и *BC*, если ребро куба равно $2\sqrt{2}$ см.

Вариант 2

1. *CDEK* – квадрат со стороной, равной 2 см. *BD* $\perp$ *(CDE)*. Найдите расстояние от точки *B* до плоскости *CDE*, если *BK* = $\sqrt{2}$ см.

2. *BO* – перпендикуляр к плоскости $\boldsymbol{\alpha}$, *BA* и *BC* – наклонные, *OA* и *OC* – их проекции на плоскость $\boldsymbol{\alpha}$, причем сумма их длин равна 24 см. Найдите расстояние от точки *B* до плоскости $\boldsymbol{\alpha}$, если *AB* = $4\sqrt{6}$ см и *BC* = $12\sqrt{2}$ см.

3. Треугольник *ABC* – прямоугольный, $\angle A = 60^0$, $\angle C = 90^0$. *CH* – высота треугольника *ABC,* причем *CH* = 8 см. Отрезок *BK* перпендикуляр к плоскости треугольника *ABC*. Найдите отрезок *BK,* если расстояние от точки *K* до стороны *AC* равно 20 см.

4. Треугольник *ACD* - равносторонний. Точка *S* удалена от вершин треугольника *ACD* на 6 см, а от плоскости треугольника *ACD* на 3 см. Найдите сторону треугольника *ACD*.

5. *ABCD* – квадрат с периметром, равным $16\sqrt{3}$ см. Точка *E* удалена от всех сторон квадрата на 4 см. Найдите расстояние точки *E* от плоскости *ABC*.

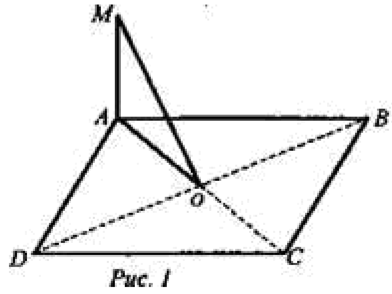
№ 6. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб, ребро которого равно $\sqrt{32}$ см. Найдите расстояние между прямыми CC_1 и DB_1.

Инструкция по выполнению практической работы

При решении задач рассмотрите примеры

Дано: ABCD квадрат; AM - прямая; AM $\perp$ (ABCD); AC $\cap$ BD = O (рис. 1).

Доказать: а) BD $\perp$ (AMO); б) MO $\perp$ BD.



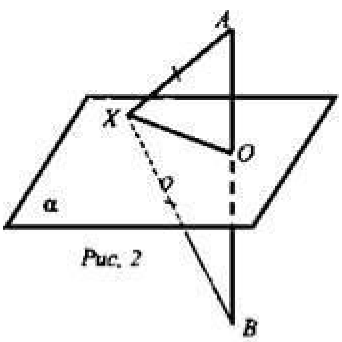
Доказательство:

Так как MA $\perp$ (ABCD), то MA $\perp$ BD (по определению прямой, перпендикулярной плоскости). BD $\perp$ AC (по свойству диагоналей квадрата). MA $\subset$ (MAO) и AC $\subset$ (MAO), MA $\cap$ AC = A. Следовательно, BD $\perp$ (MAO) (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости).

Так как BD $\perp$ (MAO), то BD $\perp$ MO, MO $\subset$ (MAO) (по определению прямой, перпендикулярной плоскости).

Дано: AB - отрезок; α; AB $\perp$ α; O - середина AB, O $\in$ α; XA = XB. (рис. 2).

Доказать: X $\in$ α.



Доказательство:

Если X $\in$ AB, то X = O, и поэтому X $\in$ a.

Если X $\notin$ AB, то XO - медиана ΔAXB. ΔAXB - равнобедренный (по определению), значит, XO - высота (по свойству медианы равнобедренного треугольника), то есть XO $\perp$ AB. Таким образом, O $\in$ XO, O $\in$ AB и XO $\perp$ AB, следовательно, XO $\subset$ a (по задаче № 134) и X $\in$ a.

Дано: ΔABC; AB = AC = BC; CD $\perp$ (ABC); AM = MB, DM = 15, CD = 12 (рис. 3).

Найти: $S_{\Delta ADB}$.

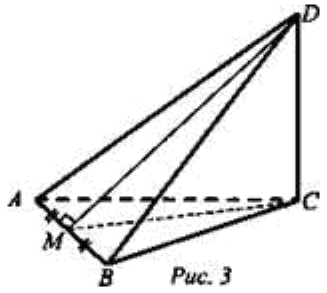


Рис. 3

Решение:

CD ⊥ (ABC) ⇒ CD ⊥ AC и CD ⊥ BC, то есть ∠ACD = ∠BCD = 90° и ΔADC, ΔBDC - прямоугольные.

ΔADC = ΔBDC (по двум катетам): DC - общий, AC = BC (по условию). Значит, AD = BD (как соответствующие в равных треугольниках), тогда ΔADB - равнобедренный (по определению) и DM - медиана. Следовательно, DM - высота (по свойству медианы равнобедренного треугольника).

3) DC ⊥ MC ⇒ ∠DCM = 90° и ΔMCD - прямоугольный. По теореме Пифагора: MD2 = DC2 + MC2. Тогда $MC=\sqrt{DM^2-DC^2}=\sqrt{15^2-12^2}=9.$

ΔMCB - прямоугольный (∠CMB = 90°, так как CM - медиана и высота в ΔABC - равностороннем), $\angle B = 60°.\ \sin\angle B=\dfrac{MC}{BC},$ тогда

$$BC=\frac{MC}{\sin 60°}=\frac{9}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{18}{\sqrt{3}}=\frac{18\sqrt{3}}{3}=6\sqrt{3},\ AB=BC$$

(по условию),

5) $S_{\Delta ADB}=\frac{1}{2}DM\cdot AB,\ S_{\Delta ADB}=\frac{1}{2}\cdot 15\cdot 6\sqrt{3}=45\sqrt{3}.$ (Ответ: 45√3.)

4) Дан тетраэдр MABC, угольный, где D ∈ AC, MB ⊥ AB. Найдите MD и S_{MBD}, если MB = BD = a.

Дано: MABC - тетраэдр; MB ⊥ AB, MB ⊥ BC; D ∈ AC, MB = BD = a (рис. 4).

Доказать: ΔMBD - прямоугольный.

Найти: MD; S_{MBD}.

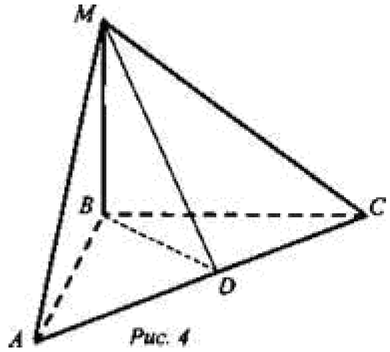


Рис. 4

Решение:

Так как $MB \perp AB$, $MB \perp BC$ и $AB \cap BC = B$; $AB \subset (ABC)$, $BC \subset (ABC)$, то MB ⊥ (ABC) (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости).

Значит, $MB \perp BD$, $BD \subset (ABC)$ (по определению прямой, перпендикулярной плоскости), то есть ∠MBD = 90°, а значит, ΔMBD - прямоугольный.

ΔMBD, по теореме Пифагора: $MD^2 = BM^2 + BD^2$, $MD^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$, $MD = a\sqrt{2}$.

3) $S_{\Delta MBD} = \frac{1}{2} MB \cdot BD$, $S_{\Delta MBD} = \frac{1}{2} a \cdot a = \frac{a^2}{2}$. (Ответ: $a\sqrt{2}$; $\frac{a^2}{2}$.)

Порядок выполнения отчёта по практической работе

Выполнить задания 1-7.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 2 Прямые и плоскости в пространстве
Тема 2.1 Прямые и плоскости в пространстве

Практическая работа № 12
Решение задач по теме: «Угол между прямой и плоскостью. Теорема о трех перпендикулярах»

Учебная цель: приобрести умения и навыки применения изученных теоретических фактов в ходе решения задач

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

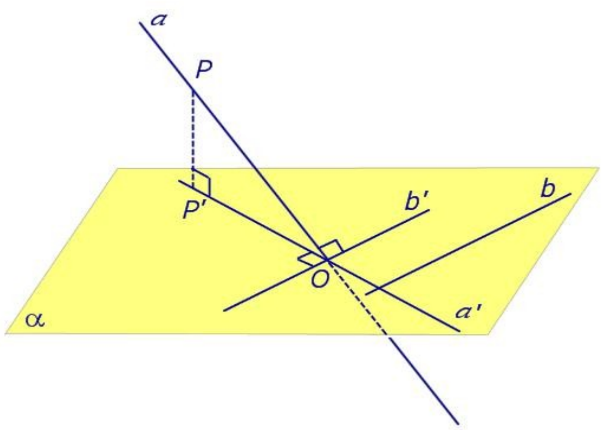
Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

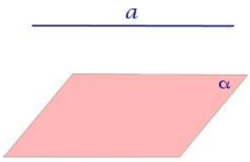
2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

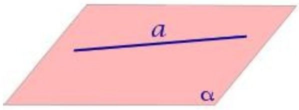
Углом между наклонной к плоскости (прямая PO) и плоскостью называют угол между этой наклонной и ее проекцией на плоскость (прямая P'O.)



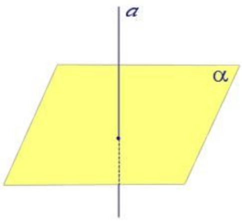
Если прямая параллельна плоскости, то **угол** между прямой и плоскостью **считается равным нулю**.



Если прямая лежит в плоскости, то **угол** между прямой и плоскостью **считается равным нулю**.



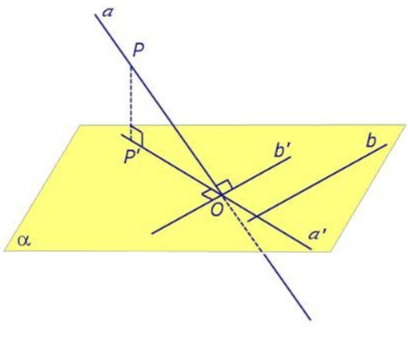
Если прямая перпендикулярна плоскости, то **угол** между прямой и плоскостью **считается равным 90°** ($\frac{\pi}{2}$ радиан).



Теорема о трех перпендикулярах

Теорема о трех перпендикулярах. Если наклонная a к плоскости α перпендикулярна к прямой b, лежащей на плоскости α, то и проекция наклонной a' на плоскость α перпендикулярна к прямой b.

Доказательство. Рассмотрим следующий рисунок:



На рисунке 3 буквой O обозначена точка пересечения наклонной a с плоскостью α. Точка P – произвольная точка на прямой a, а точка P' – это проекция точки P на плоскость α. Проведем через точку O прямую b', параллельную прямой b. Если прямая b проходит через точку O, то прямая b', совпадет с прямой b.

Поскольку PP' – перпендикуляр к плоскости α, то прямая PP' перпендикулярна к прямой b'. Прямая a перпендикулярна к прямой b' по условию. Таким образом, прямая b' перпендикулярна к двум пересекающимся прямым PO и PP', лежащим в плоскости POP'. В силу признака перпендикулярности прямой и плоскости получаем, что прямая b' перпендикулярна к плоскости POP', откуда вытекает, что прямая b' перпендикулярна и к прямой a', лежащей на плоскости POP'. Теорема доказана.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Угол между прямой и плоскостью (перечислите все возможные случаи)
Сформулируйте теорему о трех перпендикулярах?

Задания для практического занятия:

Вариант 1.
1. Плоскость α пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках D и E соответственно, причем $AC \parallel \alpha$. Найдите AC, если $BD : AD = 3 : 4$ и $DE = 10$ см .

2. Отрезок AB пересекает плоскость α, точка C – середина AB. Через точки A, B и C проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и C_1. Найдите CC_1, если $AA_1 = \frac{6}{\sqrt{2}}$ дм и $BB_1 = \sqrt{2}$ дм.

3. Сторону CD треугольника CDE пересекают плоскости α и β, параллельные стороне CE соответственно в точках K и P, а сторону DE – в точках M и N, причем DK вдвое меньше PK, а CP вдвое больше PK. Найдите CE, если $KM = 6$ см.

4. Треугольник MKN равносторонний со стороной, равной 18 см. Точка C удалена от вершин треугольника MKN на 12 см. Найдите расстояние от точки C до плоскости MKN.

5. $ABCD$ – квадрат. Точка M удалена от сторон квадрата на $3\sqrt{2}$ см. Найдите периметр квадрата, если точка M удалена от плоскости ABC на $\sqrt{2}$ см.

6. Плоскость α перпендикулярна плоскости β. Точка A принадлежит плоскости α. Отрезок AA_1 – перпендикуляр к плоскости β, точка B принадлежит плоскости β и BB_1 - перпендикуляр к плоскости α. Найдите AB, если $AA_1 = 8$ см, $BB_1 = 12$ см, $A_1B_1 = 4\sqrt{2}$ см.

7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. Найдите расстояние между прямыми AB_1 и BC, если ребро куба равно $2\sqrt{2}$ см.

Вариант 2.
1. Плоскость β пересекает стороны MP и KP треугольника MPK соответственно в точках N и E, причем $MK \parallel \beta$. Найдите NE, если $MK = 12$ см и $MN : NP = 3 : 5$.

2. Отрезок CD пересекает плоскость β, точка E – середина CD. Через точки C, D и E проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость β соответственно в точках C_1, D_1 и E_1. Найдите EE_1, если $CC_1 = \frac{6}{\sqrt{\ }}$ см и $DD_1 = \sqrt{3}$ см.

3. Плоскости α и β, параллельные стороне AB треугольника ABC, пересекают сторону AC соответственно в точках N и M, а сторону BC – в точках E и K. Отрезок MN в три раза больше отрезка CN, а отрезок AM вдвое короче MN. Найдите AB, если $NE = 12$ см.
4. Треугольник ACD - равносторонний. Точка S удалена от вершин треугольника ACD на 6 см, а от плоскости треугольника ACD на 3 см. Найдите сторону треугольника ACD.

5. $ABCD$ – квадрат с периметром, равным $16\sqrt{3}$ см. Точка E удалена от всех сторон квадрата на 4 см. Найдите расстояние точки E от плоскости ABC.

6. Плоскость α перпендикулярна к плоскости β. Точка C принадлежит плоскости α. Отрезок CC_1 – перпендикуляр к плоскости β, точка D принадлежит плоскости β и DD_1 - перпендикуляр к плоскости α. Найдите длину отрезка C_1D_1, который принадлежит линии пересечения плоскостей α и β, если CC_1 = 8 см, DD_1 = 12 см, CD = 15 см.

7. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб, ребро которого равно $\sqrt{32}$ см. Найдите расстояние между прямыми CC_1 и DB_1.

Инструкция по выполнению практической работы

При решении задач рассмотрите примеры
Дано: ABCD квадрат; AM - прямая; AM $\perp$ (ABCD); AC $\cap$ BD = O (рис. 1).
Доказать: а) BD $\perp$ (AMO); б) MO $\perp$ BD.

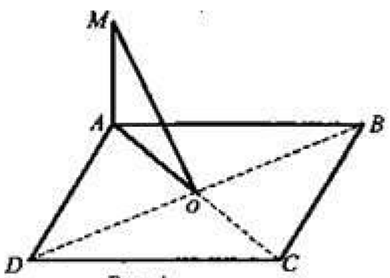


Рис. 1

Доказательство:
Так как MA $\perp$ (ABCD), то MA $\perp$ BD (по определению прямой, перпендикулярной плоскости). BD $\perp$ AC (по свойству диагоналей квадрата). MA $\subset$ (MAO) и AC $\subset$ (MAO), MA $\cap$ AC = A. Следовательно, BD $\perp$ (MAO) (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости).
Так как BD $\perp$ (MAO), то BD $\perp$ MO, MO $\subset$ (MAO) (по определению прямой, перпендикулярной плоскости).
Дано: AB - отрезок; α; AB $\perp$ α; O - середина AB, O $\in$ α; XA = XB. (рис. 2).

Доказать: X $\in$ α.

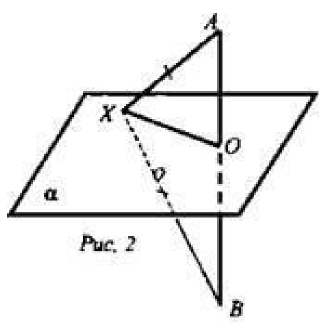


Рис. 2

Доказательство:

Если $X \in AB$, то $X = O$, и поэтому $X \in a$.

Если $X \notin AB$, то XO - медиана ΔAXB. ΔAXB - равнобедренный (по определению), значит, XO - высота (по свойству медианы равнобедренного треугольника), то есть $XO \perp AB$. Таким образом, $O \in XO$, $O \in AB$ и $XO \perp AB$, следовательно, $XO \subset a$ (по задаче № 134) и $X \in a$.

Дано: ΔABC; $AB = AC = BC$; $CD \perp (ABC)$; $AM = MB$, $DM = 15$, $CD = 12$ (рис. 3).

Найти: $S\Delta ADB$.

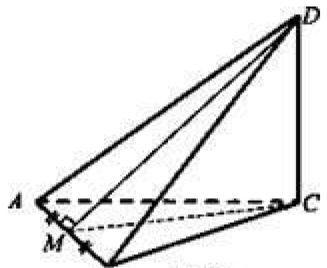


Рис. 3

Решение:
$CD \perp (ABC) \Rightarrow CD \perp AC$ и $CD \perp BC$, то есть $\angle ACD = \angle BCD = 90°$ и ΔADC, ΔBDC - прямоугольные.

$\Delta ADC = \Delta BDC$ (по двум катетам): DC - общий, $AC = BC$ (по условию). Значит, $AD = BD$ (как соответствующие в равных треугольниках), тогда ΔADB - равнобедренный (по определению) и DM - медиана. Следовательно, DM - высота (по свойству медианы равнобедренного треугольника).

3) $DC \perp MC \Rightarrow \angle DCM = 90°$ и ΔMCD - прямоугольный. По теореме Пифагора: MD2 = DC2 + MC2. Тогда $MC = \sqrt{DM^2 - DC^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$.

ΔMCB - прямоугольный ($\angle CMB = 90°$, так как CM - медиана и высота в ΔABC - равностороннем), $\angle B = 60°$. $\sin\angle B = \dfrac{MC}{BC}$, тогда

$$BC = \frac{MC}{\sin 60°} = \frac{9}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{3}, \ AB = BC$$

(по условию),

5) $S_{\Delta ADB} = \dfrac{1}{2} DM \cdot AB$, $S_{\Delta ADB} = \dfrac{1}{2} \cdot 15 \cdot 6\sqrt{3} = 45\sqrt{3}$. (Ответ: $45\sqrt{3}$.)

4) Дан тетраэдр $MABC$, угольный, где $D \in AC$, $MB \perp AB$. Найдите MD и S_{MBD}, если $MB = BD = a$.

Дано: MABC - тетраэдр; $MB \perp AB$, $MB \perp BC$; $D \in AC$, $MB = BD = a$ (рис. 4).

Доказать: ΔMBD - прямоугольный.

Найти: MD; S_{MBD}.

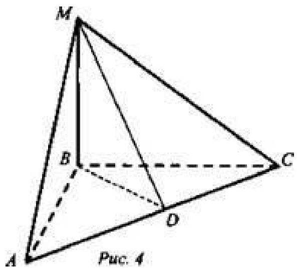


Рис. 4

Решение: Так как $MB \perp AB,\ MB \perp BC$ и $AB \cap BC = B$: $AB \subset (ABC), BC \subset (ABC)$, то $MB \perp (ABC)$ (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости).

Значит, $MB \perp BD,\ BD \subset (ABC)$ (по определению прямой, перпендикулярной плоскости), то есть $\angle MBD = 90°$, а значит, ΔMBD - прямоугольный.

ΔMBD, по теореме Пифагора: $MD^2 = BM^2 + BD^2$, $MD^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$, $MD = a\sqrt{2}$.

3) $S_{\Delta MBD} = \frac{1}{2} MB \cdot BD$, $S_{\Delta MBD} = \frac{1}{2} a \cdot a = \frac{a^2}{2}$. (Ответ: $a\sqrt{2}$; $\frac{a^2}{2}$.)

Порядок выполнения отчёта по практической работе

Выполнить задания 1-7.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 2 Прямые и плоскости в пространстве
Тема 2.1 Прямые и плоскости в пространстве

Практическая работа № 13:
Решение задач по теме: «Признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей

Учебная цель: научиться применять признаки и свойства параллельных и перпендикулярных плоскостей при решении задач.

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.

Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.

Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. – М., 2009.

2.Рабочая тетрадь в клетку

3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.

4.Калькулятор простой.

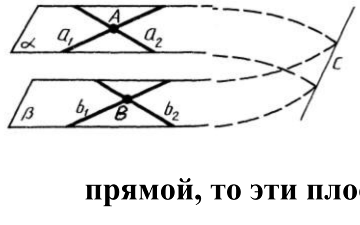
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

***Параллельные плоскости* – плоскости, не имеющие общих точек.**

Признаки параллельности плоскостей:

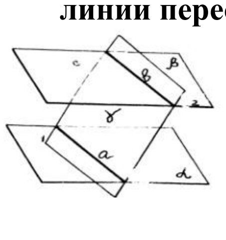
Если **две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны**.



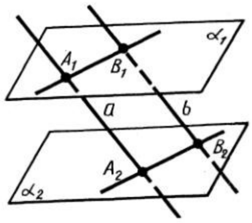
Если **две плоскости перпендикулярны одной и той же прямой, то эти плоскости параллельны**.

Свойства параллельных плоскостей:

Если **две параллельные плоскости пересекаются третьей плоскостью, то линии пересечения плоскостей параллельны**.



Отрезки параллельных прямых, заключенные между двумя параллельными плоскостями, равны.



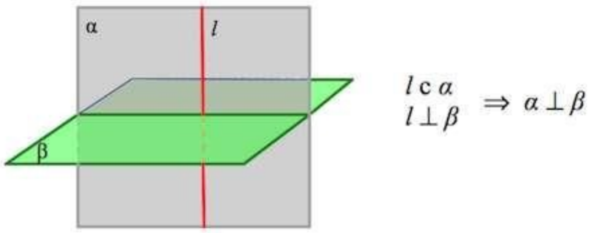
Две пересекающиеся плоскости называются **перпендикулярными**, если угол между ними равен девяноста градусам.

Пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными, если третья плоскость, перпендикулярная прямой пересечения этих плоскостей, пересекает их по перпендикулярным прямым

Если плоскости α и β перпендикулярны, то можно также сказать, что плоскость α перпендикулярна к плоскости β или плоскость β перпендикулярна к плоскости .α Поэтому перпендикулярные плоскости часто называют взаимно перпендикулярными. качестве примера перпендикулярных плоскостей можно привести плоскости стены и пола в комнате.

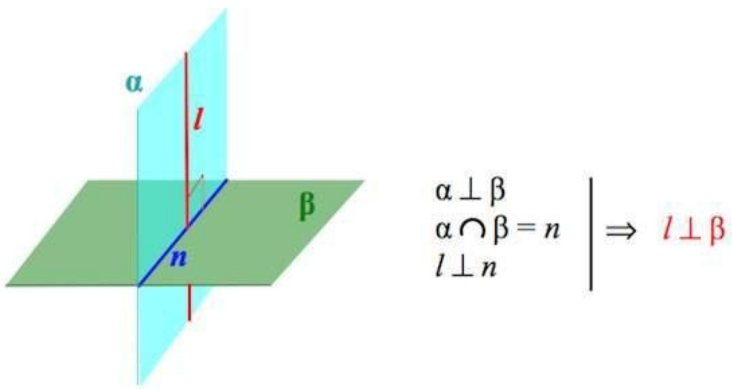
Признак перпендикулярности двух плоскостей

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то заданные плоскости перпендикулярны.



Свойство перпендикулярных плоскостей

Если прямая лежит в одной из двух взаимно перпендикулярных плоскостей и перпендикулярна линии их пересечения, то эта прямая перпендикулярна второй плоскости.



Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Какие плоскости называются параллельными?
Назовите признаки параллельности плоскостей?

Какие плоскости в пространстве называются перпендикулярными?
Сформулируйте признак перпендикулярности плоскостей.
Приведите примеры перпендикулярных плоскостей.

Задания для практического занятия:

Вариант 1

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. Точки E и F – середины ребер AA_1 и CC_1 соответственно. Определите число сторон сечения плоскостью, которая определяется точками B, E и F.

2. $MCDN$ – ромб, длина стороны которого 4 см; $MNKP$ – параллелограмм. Найдите периметр четырехугольника $CDKP$, если $NK = 8$ см и $\angle CMP = 60^0$.

3. В треугольной пирамиде $MABC$ все ребра равны 6 см. Найдите периметр сечения, проведенного параллельно стороне BC и проходящего через точки A и K, где K – середина BM.

4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб. K – середина AD, M – середина CD. В каком отношении, считая от точки A, делит ребро AA_1 плоскость, проходящая через точки B_1, K и M?

5. KO – перпендикуляр к плоскости α, KM и KP – наклонные к плоскости α, OM и OP – проекции наклонных, причем сумма их длин равна 15 см. Найдите расстояние от точки K до плоскости α, если $KM = 15$ см и $KP = 10\sqrt{3}$ см.

6. Треугольник ABC – прямоугольный, $\angle C = 90^0$, $AC = 8$ см, $BC = 6$ см. Отрезок CD – перпендикуляр к плоскости ABC. Найдите CD, если расстояние от точки D до стороны AB равно 5 см.

Вариант 2

1. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб, E – середина CC_1. Определите число сторон сечения плоскостью, которая проходит через точки A, B_1 и E.

2. $CDEK$ – ромб, сторона которого равна 8 см; $CKMN$ – параллелограмм. Найдите периметр четырехугольника $DEMN$, если $KM = 6$ см и $\angle DCN = 60^0$.

3. В треугольной пирамиде $SMEF$ все ребра равны 4 см. Найдите периметр сечения, проведенного параллельно ребру MF и проходящего через точки E и P, где P – середина SF.

4. $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – куб, точка E – середина CD, F делит ребро AD в отношении $1:3$, считая от точки D. В каком отношении делит ребро AA_1 (считая от точки A) плоскость, проходящая через точки B_1, E и F?

5. BO – перпендикуляр к плоскости α, BA и BC – наклонные, OA и OC – их проекции на плоскость α, причем сумма их длин равна 24 см. Найдите расстояние от точки B до плоскости α, если $AB = 4\sqrt{6}$ см и $BC = 12\sqrt{2}$ см.

6. Треугольник ABC – прямоугольный, $\angle A = 60^0$, $\angle C = 90^0$. CH – высота треугольника ABC, причем $CH = 8$ см. Отрезок BK перпендикуляр к плоскости треугольника ABC. Найдите отрезок BK, если расстояние от точки K до стороны AC равно 20 см.

Инструкция по выполнению практической работы

При решении задач рассмотрите примеры

Задача 1.

Дано: ABCD квадрат; AM - прямая; AM $\perp$ (ABCD); AC $\cap$ BD = O (рис. 1).

Доказать: а) BD ⊥ (AMO); б) MO ⊥ BD.

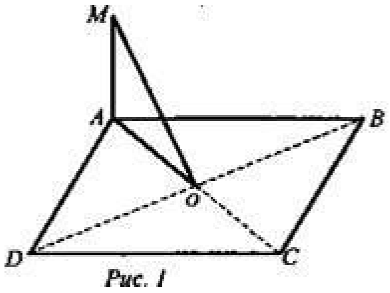


Рис. 1

Доказательство:

Так как MA ⊥ (ABCD), то MA ⊥ BD (по определению прямой, перпендикулярной плоскости). BD ⊥ AC (по свойству диагоналей квадрата). MA ⊂ (MAO) и AC ⊂ (MAO), MA ∩ AC = A. Следовательно, BD ⊥ (MAO) (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости).

Так как BD ⊥ (MAO), то BD ⊥ MO, MO ⊂ (MAO) (по определению прямой, перпендикулярной плоскости).

Задача 2.

Дано: AB - отрезок; α; AB ⊥ α; O - середина AB, O ∈ α; XA = XB. (рис. 2).

Доказать: X ∈ α.

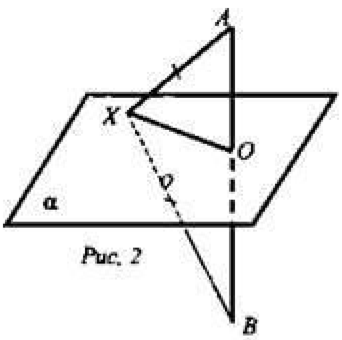


Рис. 2

Доказательство:

Если X ∈ AB, то X = O, и поэтому X ∈ a.

Если X ∉ AB, то XO - медиана ΔAXB. ΔAXB - равнобедренный (по определению), значит, XO - высота (по свойству медианы равнобедренного треугольника), то есть XO ⊥ AB. Таким образом, O ∈ XO, O ∈ AB и XO ⊥ AB, следовательно, XO ⊂ a (по задаче № 134) и X ∈ a.

Задача 3.

Параллельные плоскости α и β пересекают сторону AB угла BAC, соответственно, в точках A_1 и A_2, а сторону AC этого угла, соответственно, в точках B_1 и B_2 (Рис. 1) Найдите:

а) AA_2 и AB_2, если $A_1A_2=2A_1A=12$ см, $AB_1=5$ см.,

б) A_2B_2 и AA_2, если $A_1B_1=18$ см, $AA_1=24$ см,

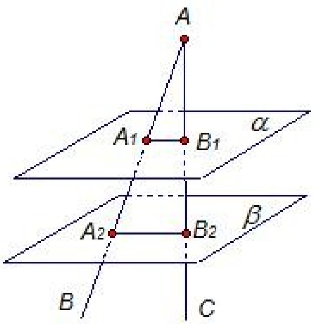


Рис. 1.

Решение:
а) Пусть $A_1A = k$, тогда по условию длина $A_1A_2=2k$ =12 см., следовательно, k =6 см. Тогда отрезок $AA_2=3k=3\cdot 6=18$, т.е. AA_2=18 см.
Две параллельные плоскости α и β рассечены плоскостью угла BAC. Из первого свойства следует, что прямые A_1B_1 и A_2B_2 параллельны. Значит, треугольники AA_2B_2 и AA_1B_1 подобны по двум углам (угол ВАС общий, углы AA_1B_1 и AA_2B_2 равны). Из подобия имеем:
Ответ: AA_2 = 18 см, AB_2 = 15 см.
б) Пусть $A_1A_2 = k$, тогда длина отрезка, А по условию. Длина отрезка AA_2 состоит из длин двух отрезков: $AA_2=AA_1+A_1A_2$, т.е. получаем уравнение относительно к:

$\frac{3}{2}k = 24 + k$ $\quad \frac{k}{2} = 24$ $\quad k = 48$

Значит, $AA_2 = \frac{3}{2}A_1A_2 = \frac{3}{2}\cdot 48 = 72$ см.

Из подобия треугольников AA_2B_2 и AA_1B_1 следует, что

$$\frac{A_2B_2}{A_1B_1} = \frac{A_2A}{A_1A}$$

$$\frac{A_2B_2}{18} = \frac{72}{24}$$

$A_2B_2 = 54$ см

Ответ: A_2B_2 = 54 см, AA_2 = 72 см.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 6.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве
Тема 2.1 Прямые и плоскости в пространстве

Практическая работа №14
Решение задач по теме: «Расстояние от точки до плоскости, от прямой до плоскости, расстояние между плоскостями, между скрещивающимися прямыми, между произвольными фигурами в пространстве»

Учебная цель: приобрести навыки определение и вычисление расстояний между произвольными фигурами в пространстве.

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отчет по практической работе.

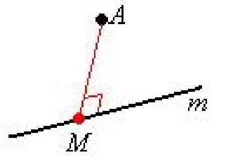
Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:
Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. – М., 2009.
2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

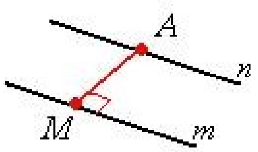
Расстояния в пространстве

Расстояние от точки до прямой

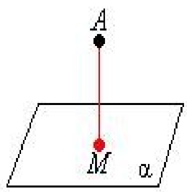


Расстояние от точки до прямой – это длина перпендикуляра, проведенного из данной точки к данной прямой.

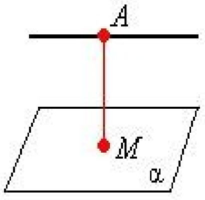
Между параллельными прямыми

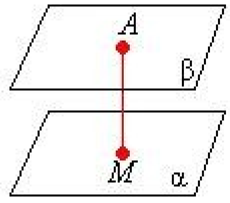


От точки до плоскости

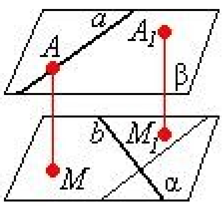


От прямой до плоскости **Между параллельными плоскостями**





Расстояние между скрещивающимися прямыми



Определение: расстоянием между скрещивающимися прямыми называется длина их общего перпендикуляра

Определение. Общим перпендикуляром двух скрещивающихся прямых называется отрезок прямой, перпендикулярной обеим этим прямым, концы которого лежат на данных скрещивающихся прямых.

Теорема 3. Для любых двух скрещивающихся прямых существует общий перпендикуляр, притом только один. Длина общего перпендикуляра не превосходит длины любого отрезка, концы которого принадлежат этим прямым.

Определение. Расстоянием между двумя скрещивающимися прямыми принимается равным длине их общего перпендикуляра.

Теорема 4. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно расстоянию от одной из этих прямых до плоскости, проходящей через другую из них параллельно первой.

Теорема 5. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно расстоянию между двумя параллельными плоскостями, проходящими через эти прямые.

Теорема 6. Расстояние между двумя скрещивающимися прямыми равно расстоянию между ортогональными проекциями этих прямых на плоскость перпендикулярную одной из этих прямых.

Вообще, расстоянием от точки A до фигуры Ф называется наименьшее из расстояний от этой точки до точек фигуры Ф. Иногда используют аналогичное определение расстояния между двумя непересекающимися фигурами; в частности, расстоянием между двумя параллельными или скрещивающимися прямыми.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Как определяется расстояние от точки до прямой на плоскости?
Что принимают за расстояние между скрещивающимися прямыми?
Сформулируйте теоремы о расстоянии между скрещивающимися прямыми.

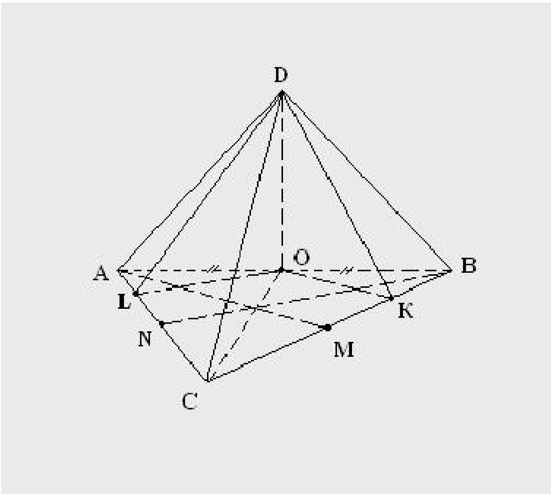
Задания для практического занятия:

Вариант 1.
Из точек A и B, лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, проведены перпендикуляры AC и BD к линии пересечения плоскостей. Найдите длину отрезка AB , если AC = 12 см, BD = 15 см, CD = 16 см.

Точка M лежит в плоскости квадрата ABCD, длина стороны которого равна 2. Найдите расстояние от M до квадрата, если расстояния от M до прямых, содержащих перпендикулярные стороны, равны 3 и 5.

Дан куб ABCDABCD, длина ребра которого равна a; K – середина [CD]; F – центр грани CDDC. Найдите расстояния 1) а) |A; (CDD)| б) |A; (BBD)| в) |A; (BCD)| г) |A; (ABD)| д) |A; (CDB)|

Дано: ΔABC - равносторонний, O - середина AB, OD ⊥ ABC. AB=6см, OD=3см. Найдите расстояния от т. D до плоскости ABC, от C до ADB, от A до DOC.

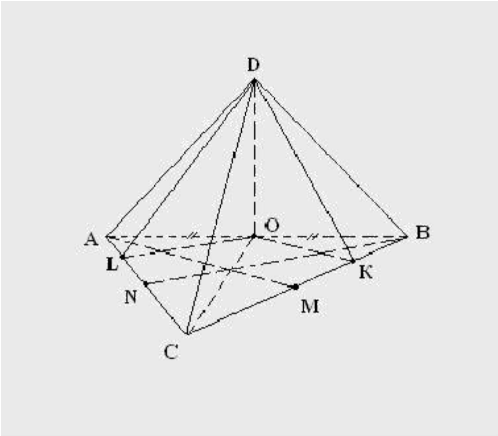


Вариант 2.
1.Из точек M и K, лежащих в двух перпендикулярных плоскостях, проведены перпендикуляры MC и KD к линии пересечения плоскостей. Найдите длину отрезка CD, если MC = 8 см, KD = 9 см, MK = 17 см.

2.На плоскости лежит треугольник ABC, Может ли расстояние равняться расстоянию: а) г) расстоянию от X до (AB) и (AC)? б) в) расстоянию от X до (AB)

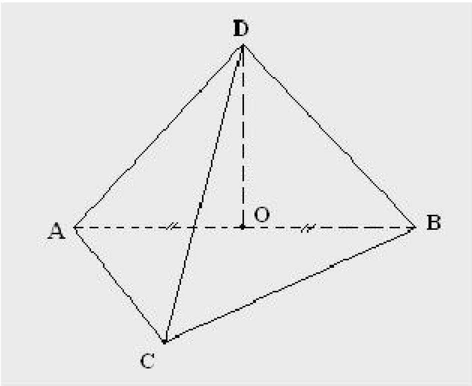
Дан куб ABCDABCD, длина ребра которого равна a; K – середина [CD]; F – центр грани CDDC. Найдите расстояния 1) а) |A; (CDD)| б) |A; (BBD)| в) |A; (BCD)| г) |A; (ABD)| д) |A; (CDB)|

Дано: ΔABC - равносторонний, O - середина AB, OD ⊥ ABC. AB=6см, OD=3см. Найдите расстояния от т. D до плоскости ABC, от C до ADB, от A до DOC. . Найдите расстояния от точки D до прямых AB, BC, AC



Инструкция по выполнению практической работы

При решении задач рассмотрите примеры



Дано: ΔABC - равносторонний, O - середина AB, OD ⊥ ABC. AB=6см, OD=3см.
Найти пары перпендикулярных прямых.
Решение.
а) DO⊥AB, DO⊥AC, DOB (по определению прямой, перпендикулярной плоскости).
б) DC⊥AB (по лемме, теореме о трех перпендикулярах).
2. Найти пары перпендикулярных прямой и
плоскости. Решение.
а) DO⊥ABC(по условию).
б)AB⊥COD, CO⊥ADB (по признаку перпендикулярности прямой и плоскости).
3. Найти пары двух плоскостей.
Решение.
DAB⊥ABC, DOC⊥ABC, DOC⊥ADB (по признаку перпендикулярности плоскостей).

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 4.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала

Раздел 2. Прямые и плоскости в пространстве
Тема 2.1 Прямые и плоскости в пространстве

Практическая работа №15
«Применение свойств параллельного проектирования для построений и вычисление площади ортогональной проекции многоугольника»

Учебная цель: приобрести навыки решения задач на вычисление площади ортогональной проекции многоугольника.

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием.

Задачи практической работы:

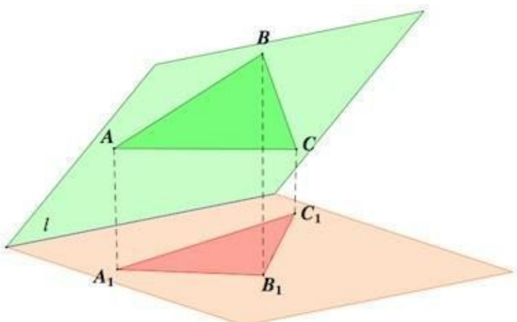
Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:
Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. – М., 2009.
2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

<u>Параллельное проектирова</u><u>ние</u>, при котором проектирующие прямые перпендикулярны к плоскости проекций, называется ортогональным.
<u>Ортогональной проекцией фигуры</u> на данную плоскость называют множество точек пересечений с этой плоскостью перпендикулярных к ней прямых, проходящих через все точки этой фигуры
<u>Площадь ортогональной проекции многоугольника на плоскость</u> равна площади проектируемого многоугольника, умноженной на косинус угла между плоскостью многоугольника и плоскостью проекций.



Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Что называют ортогональной проекцией фигуры?
Чему равна площадь ортогональной проекции многоугольника на плоскость?

Задания для практического занятия.

Вариант 1.

Задача 1
Стороны основания прямого параллелепипеда равны 4 и 5, угол между ними равен 30°. Найти площадь сечения параллелепипеда плоскостью, пересекающей все его боковые рёбра и образующей с плоскостью основания угол в 45°
Задача 2.
Стороны основания треугольной пирамиды равны 6см, 10см и 14см. Каждый двугранный угол при её основании равен 30°. Найти площадь боковой поверхности.
Задача 3.
В правильной усечённой четырёхугольной пирамиде стороны нижнего и верхнего оснований равны соответственно a и b (a> b). Найти площадь полной поверхности усечённой пирамиды, если её боковые грани наклонены к плоскости основания под углом α.
Задача 4.
Основанием пирамиды является прямоугольный треугольник, катеты которого равны 3 и Каждая боковая грань пирамиды наклонена к плоскости основания под углом в 60°. Найти площадь полной поверхности пирамиды.

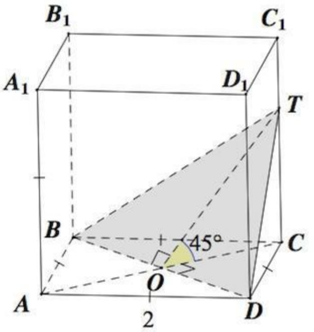
Вариант 2.

Задача 1.
правильной четырёхугольной призме сторона основания равна 4см. Через диагональ основания под углом 45°к плоскости основания проведена плоскость, пересекающая боковое ребро. Найти площадь сечения.
Задача 2.
Боковые грани пирамиды, в основании которой лежит ромб, наклонены к плоскости основания под углом 30°. Диагонали ромба равны 10 см и 24 см. Найти площадь боковой поверхности пирамиды.
Задача 3
правильной четырёхугольной призме через диагональ основания под углом 30°к плоскости основания проведена плоскость, пересекающая боковое ребро. Найти диагональ основания, если площадь сечения равна 38см2
Задача 4.
Основанием пирамиды является ромб с диагоналями 6 и 8. Высота пирамиды равна 1. Найти площадь полной поверхности этой пирамиды, если все двугранные углы при её основании равны.

Инструкция по выполнению практической работы

При решении задач рассмотрите пример
Задача 1.
Ребро куба равно 2 см. Через диагональ основания под углом к плоскости основания проведена плоскость, пересекающая боковое ребро. Найти площадь сечения.

Решение:



Пусть плоскость сечения проведена через диагональ ВД и пересекает боковое ребро CC_1

в точке Т. $S_{ВДТ} = \frac{S_{ВСД}}{\cos\alpha}$

где треугольник ВСД– проекция треугольника ВТД на плоскость основания, α — угол между плоскостями ВСД , ВТД

$$S_{ВТД}\ \frac{2}{\sqrt{2}}\ \sqrt{2}$$

==2

Ответ: $2\sqrt{2}$

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 6.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала

Раздел 3 Комбинаторика
Тема 3.1 Комбинаторика

Практическая работа № 16
«Решение комбинаторных задач»

Учебная цель: приобрести навыки решения практических задач с использованием понятий и правил комбинаторики.

Образовательные результаты

сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:
Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. – М., 2009.
2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Группы, составленные из каких-либо элементов, называются соединениями. Различают три основных вида соединений: размещений, перестановки и сочетаний.

Размещения.

Размещения из n элементов по m в каждом называются такие соединения, которые отличаются друг от друга либо самими элементами (хотя бы одним), либо порядком их расположения.

Число размещений из n элементов по m обозначаются символом A_n^m и вычисляется по формуле

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\ldots[n-(m-1)] = n(n-1)(n-2)\ldots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!} \qquad (1)$$

Перестановки.

Перестановками из n элементов называются такие соединения из всех n элементов, которые отличаются друг от друга порядком расположения элементов.

Число перестановок из n элементов обозначаются символом P_n

Перестановки представляют частный случай размещения из n элементов по n в каждом, т.е.

$$P_n = A_n^n = n(n-1)(n-2)\ldots3.2.1 \text{ или} \quad (2)$$

$$P_n = 1*2*3\ldots(n-1)n=n!$$

Сочетания.

Сочетаниями из n элементов по m в каждом называются такие соединения, которые отличаются друг от друга хотя бы одним элементом. Число сочетаний из n элементов по m обозначается C_n^m. Оно находится по формуле

$$C_m^b = C_m^b / P_m$$, которую можно записать в виде (3)

$$C_m^b = \frac{n!}{m!(n-m)!} \quad (4)$$

Кроме того, при решении задач используются следующие формулы, выражающие основные свойства сочетаний:

$C_n^m = C_n^{m-n}$ (0 ≤m ≤n) (по определению полагают C_n^m = In C_n^0 =1);

$$C_n^m + C_n^{m+1} = C_{n+1}^{m+1}$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Что называется размещениями из n элементов по m в каждом?
Что называется сочетаниями из n элементов по m в каждом?
Что называется перестановками из n элементов? Как вычисляются перестановки?

Задания для практического занятия:

Вариант 1

Найти значение: $C_{13}^{10} + C_{13}^{11}$,$C_{61}^{3} - C_{60}^{2}$

Сколькими способами для участия в конференции из 8 членов научного общества можно выбрать троих студентов?

Сколько различных аккордов, содержащих 5 звуков можно образовать из 12 клавиш одной октавы?

На плоскости отмечено 15 точек, причем никакие 3 из них не лежат на одной прямой. Сколько различных отрезков можно построить, соединяя эти точки попарно?

На окружности отмечено 9 точек. Сколько различных треугольников с вершинами, выбранными из этих точек, можно построить

Найти значение: P_5 , P_8 , A_5^2 , A_{10}^3

Сколькими способами можно рассадить пятерых детей на пяти стульях в столовой в детском саду?

Сколькими способами можно установить дежурство по одному человеку в день среди восьми учащимися класса в течение 8 дней?

В классе изучают 7 предметов естественно-математического цикла. Сколькими способами можно составить расписание на четверг, если в этот день должны быть 5 уроков из пяти разных предметов этого цикла.

Сколько существует способов для обозначения с помощью букв A,B,C,Д,E,F вершин данного четырехугольника?

Вариант 2

Найти значение: $C_{14}^{12} + C_{14}^{13}$,$C_{71}^{3} - C_{70}^{2}$

Сколькими способами для участия в конференции из 8 членов научного общества можно выбрать четырех студентов?

Сколько различных аккордов, содержащих 6 звуков можно образовать из 12 клавиш одной октавы?
На плоскости отмечено 14 точек, причем никакие 3 из них не лежат на одной прямой. Сколько различных отрезков можно построить, соединяя эти точки попарно?
На окружности отмечено 6 точек. Сколько различных треугольников с вершинами, выбранными из этих точек, можно построить?
Найти значение: P_7 , P_9 , A_5^3 , A_{10}^4
Сколькими способами можно рассадить троих детей на трех стульях в столовой в детском саду?
Сколькими способами можно установить дежурство по одному человеку в день среди пяти учащимися класса в течение 5 дней?
В классе изучают 7 предметов естественно-математического цикла. Сколькими способами можно составить расписание на четверг, если в этот день должны быть 6 уроков из шести разных предметов этого цикла.
Сколько существует способов для обозначения с помощью букв A,B,C,Д,E,F вершин данного треугольника?

Инструкция по выполнению практической работы

При решении задач рассмотрите примеры

Найти число размещений из 10 элементов по 4.

Согласно формуле (1) получим: $A_n^m = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = 10*9*8*7 = 5040$;

В седьмом классе изучается 14 предметов. Сколькими способами можно составить расписание занятий на субботу, если в этот день недели должно быть 5 различных уроков?

Решение.

Различных способов составить расписания, очевидно, столько, сколько существует пятиэлементных упорядоченных подмножеств у четырнадцати элементного множества.

Следовательно, число способов равно A_{14}^5 . По формуле (1), пологая в ней n=14, m=5

$A_{14}^5 = \frac{14!}{(14-5)!} = 14*13*12*11*10 = 240240$;

Составить всевозможные перестановки из элементов *a,b,c*.

Решение.

По формуле (2) имеем: $P_3 =$ 1*2*3=6; (а,в,с);(а,с,в);(в,а,с);(с,а,в);(с,а,в);(в,с,а).

Сколько шестизначных чисел, кратных пяти, можно составить из цифр 1,2,3,4,5,6 при условии, что в числе цифры не повторяются.

Решение.

Для того чтобы число, составленное из заданных цифр делилось на 5, необходимо и достаточно, чтобы цифра 5 стояла на последнем месте. Остальные 5 цифр могут стоять на оставшихся пяти местах в любом порядке. Следовательно, искомое число шестизначных чисел, кратных пяти, равно числу перестановок из пяти элементов, т.е.

$P_5 =$ 5!=5*4*3*2*1=120;

Вычислите: $C_6^4 + C_5^0$

Решение.
Согласно формуле (4) получим

$$C_6^4+C_5^0=\frac{6!}{4!(6-4)!}+1=\frac{6*5*4!}{4!*2*1}+1=\frac{30}{2}+1=15+1=16$$

В чемпионате страны по футболу (высшая лига) участвуют 18 команд, причём каждые две команды встречаются между собой 2 раза. Сколько матчей играется в течение сезона?

Решение.
В первом круге состоится столько матчей, сколько существует двухэлементных подмножеств у множества, содержащего 18 элементов, т.е. их число равно C_{18}^2. По формуле (4), получаем

$$C_{18}^2=\frac{18!}{2!(18-2)!}=\frac{18!}{2!*16!}=\frac{18*17*16!}{2*1*16}=\frac{306}{2}=153.$$

Во втором круге играется столько же матчей, поэтому в течении сезона состоится 306 встреч.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 10.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала

Раздел 3 Комбинаторика
Тема 3.1 Комбинаторика

Практическая работа № 17
Решение задач по теме: «Решение задач по теме: «Бином Ньютона и треугольник паскаля. Прикладные задачи»»

Учебная цель: приобрести навыки решения задач по теме «Бином Ньютона треугольник Паскаля»

Образовательные результаты

сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин

Задачи практической работы:

1. Изучить теоретический материал.
2. Выполнить практическую работу.
3. Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1. Учебно-методическая литература:
   Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
   Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
   Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. – М., 2009.
2. Рабочая тетрадь в клетку
3. Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4. Калькулятор простой.
5. Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Определение: Пусть дано множество, состоящее из n элементов. Сочетанием из n элементов по m элементов называется любое подмножество, которое содержит m различных элементов данного множества.

Определение: Число всех возможных сочетаний из n элементов по m элементов обозначается C_n^m , читается С из n по m, вычисляется по формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Бином Ньютона.

Биномом Ньютона называют формулу представляющую выражение при целом положительном *n* в виде многочлена:

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 \cdot a^{n-1} \cdot b^1 + \dots + C_n^k \cdot a^{n-k} \cdot b^k + \dots + C_n^n b^n.$$

Определение: Треугольник Паскаля - это треугольник, составленный из

чисел, являющихся коэффициентами в формуле бином Ньютона.

Треугольник можно продолжать до бесконечности, но на практике чаще составляют таблицу для первых 10 степеней.

Треугольник Паскаля для n от 1 до 10.

n	k1	k2	k3	k4	k5	k6	k7	k8	k9	k10	k11
1	1	1									
2	1	2	1								
3	1	3	3	1							
4	1	4	6	4	1						
5	1	5	10	10	5	1					
6	1	6	15	20	15	6	1				
7	1	7	21	35	35	21	7	1			
8	1	8	28	70	70	56	28	8	1		
9	1	9	36	126	126	126	84	36	9	1	
10	1	10	45	210	210	252	210	120	45	10	

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Знать формулу Бином-Ньютона
Треугольник Паскаля

Задания для практического занятия:

1. Записать разложение бинома

а) $(a-9)^9$

б) $(2a+3)^5$

а) $(a-8)^9$

б) $(3a+2)^5$

Найти четвертый член разложения бинома

$(x-\sqrt{x})^{14}$

$(x-\frac{1}{x})^{13}$

С помощью свойства элементов строки треугольника Паскаля найти сумму

а) $C_6^1+C_6^2+C_6^3+C_6^4+C_6^5$

б) $C_{11}^5+C_{11}^4+C_{11}^3+C_{11}^2+C_{11}^1+C_{11}^0$

а) $C_7^6+C_7^5+C_7^4+C_7^3+C_7^2+C_7^1$

б) $C_9^0+C_9^1+C_9^2+C_9^3+C_9^4$

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 5.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 4 Основы тригонометрии

Тема 4.1 Основные понятия

Практическая работа № 18

«Изучение радианного метода измерения углов вращения и их связи с градусной мерой»

Учебная цель: сформировать умения установления связи радианного метода измерения углов вращения с градусной мерой.

Образовательные результаты

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. – М., 2009.

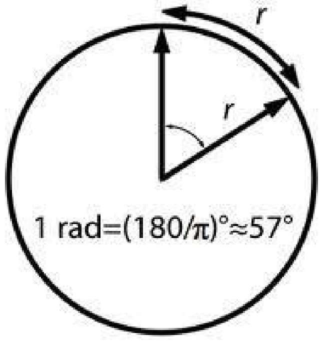
2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Углы, получающиеся при непрерывном вращении, удобно измерять не в градусах, с помощью таких чисел, которые отражали бы сам процесс построения угла, т.е. вращение.

Для описания непрерывного вращения градусная мера угла поворота становится неудобной – с ней трудно связывать другие характеристики движения, например, скорость или соединять вращательное движение с иными движениями. Поэтому вводят другую меру угла поворота, так называемую радианную меру.

Углом в 1 радиан называется центральный угол, который опирается на дугу, равную радиусу:



.

Соотношение между радианной и градусной мерой измерения угла выражается равенством:

$$\mathbf{ß°\prod=180°x},$$

где ß° - градусная мера измерения угла, x- радианная мера. Например, чтобы определить, сколько градусов содержит угол ∏/10 радиан, нужно в равенство вместо x подставить ∏/10. Получим:

$$ß°\prod=180°\prod/10 \quad (1)$$

ß°=18°. Чтобы определить, сколько радиан содержит угол 60°, надо в равенство (1) вместо ß° поставить 60°:

$$60°\prod=180°x$$

$$x=\prod/3.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Чему равен один радиан?
Как перевести градусную меру угла в радианную?
Как перевести радианную меру угла в градусную?

Задания для практического занятия:

Вариант 1.
Задание 1.
Выразите в радианах углы, равные 225°, 45°, 60°, 90°, 180°, 320°, 140°.
Задание 2.
Переведите из градусной меры в радианную:

120°; 220°; 300°; 765°;
Задание 3.
Выразите в градусах: 2,5π; 4π; 1,25π; 7π;
Задание 4.
Окружность разделена на шесть равных частей. Выразить в градусах и радианах сумму: 2-х дуг; 7 дуг; 4-х дуг.
Задание 5.
Угол A трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) на 70° меньше угла B и на 10° больше угла D. Найдите радианную меру каждого из углов трапеции.

Вариант 2.
Задание 1.
Выразите в радианах углы, равные 240°, 45°, 60°, 18°, 330°, 30°, 120°.
Задание 2.
Переведите из градусной меры в радианную:
210°; 150°; 315°; 675°.
Задание 3.
Выразите в градусах: 1,5π; 3π; 0,25π; π;
Задание 4.
Окружность разделена на двенадцать равных частей. Выразить в градусах и радианах сумму: 2-х дуг; 7 дуг; 4-х дуг.
Задание 5.
Угол A трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) на 60° меньше угла B и на 200° больше угла D. Найдите радианную меру каждого из углов трапеции.

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий рассмотрите таблицу и формулы:

Таблица соответствия между радианной и градусной мерой измерения углов выглядит так:

Угол в радианах	Угол в градусах
0	0
∏/6	30°
∏/4	45°
∏/3	60°
∏/2	90
∏	180°
2∏	360°
∏/180	1°

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \approx 0{,}017\ рад.$$

$$1\ рад = \frac{2}{\pi} \cdot 90^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57{,}296^\circ.$$

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 5.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала

Раздел 4 Основы тригонометрии
Тема 4.2 Основные тригонометрические тождества

Практическая работа №19
Решение задач по теме: «Основные тригонометрические тождества, формулы сложения, удвоения»

Учебная цель: сформировать умения применять основные формулы тригонометрии для вычисления значений и упрощения тригонометрических выражений.

Образовательные результаты

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:
Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. – М., 2009.
2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Определение. Тригонометрия (от греч. trígōnon — треугольники metréo — измеряю), раздел математики, в котором изучаются тригонометрические функции и их приложения к геометрии.

Тригонометрические тождества — математические выражения для тригонометрических функций, которые выполняются при всех значениях аргумента.

Основные формулы тригонометрии

Перевод градусной меры угла в радианную и обратно.

Пусть α — градусная мера угла, β — радианная, тогда справедливы формулы:

$\beta = \dfrac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180^\circ}$	$\alpha^\circ = \dfrac{180^\circ \cdot \beta}{\pi}$

Формулы зависимости между функциями одного и того же аргумента.

1.	$\sin^2\alpha + \cos^2\beta = 1$	4.	$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$
2.	$\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	5.	$1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
3.	$\operatorname{ctg}\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$	6.	$1 + \operatorname{ctg}^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

Формулы сложения.

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$
$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$

Формулы двойных и половинных углов.

1.	$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$	5.	$\sin\dfrac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$
2.	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$	6.	$\cos\dfrac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$
3.	$\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$	7.	$\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$
4.	$\sin 2\alpha = \dfrac{2 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$	8.	$\cos 2\alpha = \dfrac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$

Формулы преобразования суммы в произведение:

$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \cdot \sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$	$\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$
$\sin\alpha - \sin\beta = 2 \cdot \cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$	
$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cdot \cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$	$1 - \cos\alpha = 2 \cdot \sin^2\dfrac{\alpha}{2}$
$\cos\alpha - \cos\beta = -2 \cdot \sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$	$1 + \cos 2\alpha = 2 \cdot \cos^2\dfrac{\alpha}{2}$

Формулы преобразования произведения в сумму:

$\sin\alpha \cdot \sin\beta = \dfrac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)\right]$
$\sin\alpha \cdot \cos\beta = \dfrac{1}{2}\left[\sin(\alpha-\beta) + \sin(\alpha+\beta)\right]$
$\cos\alpha \cdot \cos\beta = \dfrac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta) + \cos(\alpha+\beta)\right]$

Формулы приведения:

φ	$-\alpha$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi-\alpha$	$2\pi+\alpha$
sin φ	- sin α	cos α	cos α	sin α	- sin α	- cos α	- cos α	- sin α	sin α
cos φ	cos α	sin α	- sin α	- cos α	- cos α	- sin α	sin α	cos α	cos α
tg φ	- tg α	ctg α	- ctg α	- tg α	tg α	ctg α	- ctg α	- tg α	tg α
ctg φ	- ctg α	tg α	- tg α	- ctg α	ctg α	tg α	- tg α	- ctg α	ctg α

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

1.Что такое тригонометрия?
2.Перечислите формулы зависимости между функциями одного и того же аргумента.

Задания для практического занятия:

Вариант 1.

Вычислите:

а) $2\sin\frac{2\pi}{3} - \mathrm{ctg}\frac{\pi}{6} =$

Вычислите:

$\sin 2x,\ \cos 2x,\ tg2x,\ ctg2x$ если

$\cos x = \frac{5}{13},\ 0 < x < \frac{\pi}{2}$

3. Известно, что $\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Найдите $\sin 2\alpha$.

4. Упростить выражения:

$\mathbf{tg}^2\,\alpha + \sin^2\alpha - \frac{1}{\cos^2\alpha} =$

5. Доказать тождество: $1 - \mathrm{tg}^2\,\alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\cos^2\alpha}$

Вариант 2.

Вычислить, используя формулы приведения, сложения:

а) $2\cos\frac{5\pi}{6} + \mathrm{tg}\frac{\pi}{6} =$

Вычислите:

$\sin 2x,\ \cos 2x,\ tg2x,\ ctg2x$ если

$\cos x = \frac{5}{13},\ 0 < x < \frac{\pi}{2}$

3. Известно, что $\sin(\pi - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Найдите $\cos 2\alpha$.

4. Упростить выражения:

$\mathrm{ctg}^2\alpha + \cos^2\alpha - \frac{1}{\sin^2\alpha} =$

5. Доказать тождество: $\mathrm{ctg}^2\alpha - 1 = \frac{\cos 2\alpha}{\sin^2\alpha}$.

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий рассмотрите следующие примеры:
Пример 1.

Упростить выражение: $\frac{\cos 2\alpha}{ctg^2\alpha - tg^2\alpha}$.

Так как числитель заданной дроби имеет достаточно простой вид, начнем с упрощения знаменателя. Для этого применим представление $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$$ctg^2\alpha - tg^2\alpha = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} - \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

Приведем полученную разность дробей к общему знаменателю:

$$ctg^2\alpha - tg^2\alpha = \frac{\cos^4\alpha - \sin^4\alpha}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha} = \frac{4\left(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\right)\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{4\sin^2\alpha\cos^2\alpha} = \frac{4\cos 2\alpha}{\sin^2 2\alpha}$$

Следовательно:

$$\frac{\cos 2\alpha}{ctg^2\alpha - tg^2\alpha} = \frac{\cos 2\alpha\sin^2 2\alpha}{4\cos 2\alpha} = \frac{1}{4}\sin^2 2\alpha.$$

Пример 2.
Найти значение следующих тригонометрических выражений: sin 2α, cos 2α, tg 2α, если

$\sin\alpha = \dfrac{4}{5};\ 0 < \alpha < \pi$

Решение: Выпишем формулы для вычисления искомых функций:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha,$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha,$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}.$$

$$\cos^2 = 1 - 2\cdot\frac{16}{25} = 1 - \frac{32}{25} = -\frac{7}{25}.\ \cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}.$$

Далее найдем значение искомых функций:

$$\sin 2\alpha = 2\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{5} = \frac{24}{25};$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\frac{24}{25}}{-\frac{7}{25}} = -\frac{24}{7}.$$

Пример 3:

Доказать тождество:

$$\left(1 + \operatorname{ctg}^2\alpha + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2\alpha}\right)\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha = 1$$

Решение:

$$\left(1 + \operatorname{ctg}^2\alpha + \frac{1}{\operatorname{ctg}^2\alpha}\right)\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha = \left(\frac{1}{\sin^2\alpha} + \frac{1}{\cos^2\alpha}\right)\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha =$$

$=1$

Тождество доказано.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 5.

Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.

Тема.

Учебная цель.

Название практической работы.

Решения заданий практической работы.

Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 4 Основы тригонометрии

Тема 4.3 Преобразования простейших тригонометрических выражений

Практическая работа №20

«Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение, преобразование произведения тригонометрических функций в сумму»

Учебная цель: сформировать умения применять основные формулы тригонометрии для вычисления значений и упрощения тригонометрических выражений.

Образовательные результаты

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.

2.Выполнить практическую работу.

3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.

Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.

Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. – М., 2009.

2.Рабочая тетрадь в клетку

3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.

4.Калькулятор простой.

5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Определение. Тригонометрия (от греч. trígōnon — треугольники metréo — измеряю), раздел математики, в котором изучаются тригонометрические функции и их приложения к геометрии.

Тригонометрические тождества — математические выражения для тригонометрических функций, которые выполняются при всех значениях аргумента.

Основные формулы тригонометрии

Перевод градусной меры угла в радианную и обратно.

Пусть α — градусная мера угла, β — радианная, тогда справедливы формулы:

$\beta = \dfrac{\pi \cdot \alpha^\circ}{180^\circ}$	$\alpha^\circ = \dfrac{180^\circ \cdot \beta}{\pi}$

Формулы зависимости между функциями одного и того же аргумента.

1.		4.	$\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$
2.		5.	$1+\operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
3.		6.	$1+\operatorname{ctg}^2\alpha = \dfrac{1}{\sin^2\alpha}$

Формулы сложения.

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$
$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta}{1 \mp \operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{tg}\beta}$

Формулы двойных и половинных углов.

1.	$\sin 2\alpha = 2 \cdot \sin\alpha \cdot \cos\alpha$	5.	$\sin\dfrac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$
2.	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$	6.	$\cos\dfrac{\alpha}{2} = \pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$
3.	$\operatorname{tg} 2\alpha = \dfrac{2 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}$	7.	$\operatorname{tg}\dfrac{\alpha}{2} = \dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha} = \dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}$
4.	$\sin 2\alpha = \dfrac{2 \cdot \operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$	8.	$\cos 2\alpha = \dfrac{1-\operatorname{tg}^2\alpha}{1+\operatorname{tg}^2\alpha}$

Формулы преобразования суммы в произведение:

$\sin\alpha + \sin\beta = 2 \cdot \sin\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$	$\operatorname{tg}\alpha \pm \operatorname{tg}\beta = \dfrac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos\alpha \cdot \cos\beta}$
$\sin\alpha - \sin\beta = 2 \cdot \cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \sin\dfrac{\alpha-\beta}{2}$	
$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cdot \cos\dfrac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cos\dfrac{\alpha-\beta}{2}$	$1-\cos\alpha = 2 \cdot \sin^2\dfrac{\alpha}{2}$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$	$1+\cos 2\alpha = 2\cdot\cos^2\frac{\alpha}{2}$

Формулы преобразования произведения в сумму:

$\sin\alpha\cdot\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right]$
$\sin\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)\right]$
$\cos\alpha\cdot\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right]$

Формулы приведения:

φ	$-\alpha$	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi-\alpha$	$2\pi+\alpha$
sin φ	- sin α	cos α	cos α	sin α	- sin α	- cos α	- cos α	- sin α	sin α
cos φ	cos α	sin α	- sin α	- cos α	- cos α	- sin α	sin α	cos α	cos α
tg φ	- tg α	ctg α	- ctg α	- tg α	tg α	ctg α	- ctg α	- tg α	tg α
ctg φ	- ctg α	tg α	- tg α	- ctg α	ctg α	tg α	- tg α	- ctg α	ctg α

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

1.Что такое тригонометрия?
2.Перечислите формулы зависимости между функциями одного и того же аргумента.

Задания для практического занятия:

Вариант 1.

Вычислить, используя формулы приведения, сложения:

а) $2\sin\frac{2\pi}{3} - \text{ctg}\frac{\pi}{6} =$

б) $\sin 56^0 \cos 34^0 + \cos 56^0 \sin 34^0 =$

Известно, что $\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Найдите $\sin 2\alpha$.

Упростить выражения:

а) $\text{tg}^2\alpha + \sin^2\alpha - \frac{1}{\cos^2\alpha} =$

б) $\frac{\cos 3\alpha + \cos \alpha}{2 \cos \alpha} + 2 \sin^2 \alpha =$

Доказать тождество: $1 - \mathrm{tg}^2\, \alpha = \frac{\cos 2\alpha}{\cos^2 \alpha}$

Найдите значение x (в радианах), если x находится в первой четверти и

$\sin 32^0 + \sin 28^0 = 2 \sin x \cos 2^0$

Вычислите без помощи таблиц:
$$\frac{\sin 10^0 \cos 20^0 + \cos 10^0 \sin 20^0}{\cos 19^0 \cos 11^0 - \sin 19^0 \sin 11^0}$$

Вариант 2.

Вычислить, используя формулы приведения, сложения:

а) $2 \cos \frac{5\pi}{6} + \mathrm{tg} \frac{\pi}{6} =$

б) $\cos 111^0 \cos 69^0 - \sin 111^0 \sin 69^0 =$

Известно, что $\sin(\pi - \alpha) = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Найдите $\cos 2\alpha$.

Упростить выражения:

а) $\mathrm{ctg}^2\, \alpha + \cos^2 \alpha - \frac{1}{\sin^2 \alpha} =$

б) $\frac{\sin 5\alpha - \sin \alpha}{2 \cos 3\alpha} \cdot \mathrm{ctg}\, \alpha - 1 =$

Доказать тождество: $\mathrm{ctg}^2\, \alpha - 1 = \frac{\cos 2\alpha}{\sin^2 \alpha}$.

Найдите значение x (в радианах), если x находится в первой четверти и

$\cos 74^0 + \cos 16^0 = 2 \cos x \cos 29^0$.

Вычислите без помощи таблиц:
$$\frac{\sin 10^0 \cos 20^0 + \cos 10^0 \sin 20^0}{\cos 19^0 \cos 11^0 - \sin 19^0 \sin 11^0}$$

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий рассмотрите следующие примеры:

Пример 1.

Упростить выражение: $\dfrac{\cos 2\alpha}{ctg^2\alpha - tg^2\alpha}$.

Так как числитель заданной дроби имеет достаточно простой вид, начнем с упрощения знаменателя. Для этого применим представление $tg\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}, ctg\alpha = \dfrac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

$$ctg^2\alpha - tg^2\alpha = \frac{\cos^2\alpha}{\sin^2\alpha} - \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

Приведем полученную разность дробей к общему знаменателю:

$$ctg^2\alpha - tg^2\alpha = \frac{\cos^4\alpha - \sin^4\alpha}{\sin^2\alpha\cos^2\alpha} = \frac{4\left(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha\right)\left(\cos^2\alpha - \sin^2\alpha\right)}{4\sin^2\alpha\cos^2\alpha} = \frac{4\cos 2\alpha}{\sin^2 2\alpha}$$

Следовательно:

$$\frac{\cos 2\alpha}{ctg^2\alpha - tg^2\alpha} = \frac{\cos 2\alpha \sin^2 2\alpha}{4\cos 2\alpha} = \frac{1}{4}\sin^2 2\alpha.$$

Пример 2.

Найти значение следующих тригонометрических выражений: sin 2α, cos 2α, tg 2α, если

$$\sin\alpha = \frac{4}{5};\ 0 < \alpha < \pi$$

Решение: Выпишем формулы для вычисления искомых функций:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha,$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha,$$

$$\mathrm{tg}\, 2\alpha = \frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}.$$

$$\cos^2 = 1 - 2\cdot\frac{16}{25} = 1 - \frac{32}{25} = -\frac{7}{25}.\ \cos\alpha = \pm\sqrt{1-\sin^2\alpha} = \sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}.$$

Далее найдем значение искомых функций:

$$\sin 2\alpha = 2\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{4}{5} = \frac{24}{25};$$

$$\mathrm{tg}\, 2\alpha = \frac{\dfrac{24}{25}}{-\dfrac{7}{25}} = -\frac{24}{7}.$$

Пример 3:

Доказать тождество:

$$\left(1 + \mathrm{ctg}^2\alpha + \frac{1}{\mathrm{ctg}^2\alpha}\right)\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha = 1$$

Решение:

$$\left(1 + \mathrm{ctg}^2\alpha + \frac{1}{\mathrm{ctg}^2\alpha}\right)\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha = \left(\frac{1}{\sin^2\alpha} + \frac{1}{\cos^2\alpha}\right)\cdot\sin^2\alpha\cdot\cos^2\alpha =$$

=1

Тождество доказано.

Пример 4:

Вычислить sin10º sin30º sin50º sin70º
Используем формулу преобразования произведения тригонометрических функций в сумму: sin10º sin50º = 1/2 (cos40º - cos60º) = 1/2 cos 40º - 1/4.
Подставим в первоначальное произведение это выражение и учтем, что sin30º = 1/2, получаем:

$$= \frac{1}{8}\left(\sin\left(180° - 70°\right) + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8}\left(\sin 70° + \frac{1}{2} - \sin 70°\right) = \frac{1}{16}.$$

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 6.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 4. «Основы тригонометрии»
Тема 4.4 «Тригонометрические уравнения и неравенства»

Практическая работа № 21
Решение задач по теме: «Обратные тригонометрические функции»

Учебная цель: сформировать умение использования определений обратных тригонометрических функций для решения задач по теме.

Образовательные результаты

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отсчёт.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:
Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 10 – 11 класс – М., 2014.
Башмаков М.И. Математика (базовый уровень) 10, 11 классы – М., 2014.
Гусев В.А. Математика. М., 2012.
Раздаточные материалы: задания, методические указания к пр/р.
Калькулятор.
Тетрадь, ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Обратные тригонометрические функции:
arcsin a, arcos a, arctg a, arcctg a.

Арксинусом числа a Є [-1; 1] называется такое число α Є $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$, синус которого равен a :

arcsin a = , если sin α = a и $-\frac{\pi}{2} \le \alpha \le \frac{\pi}{2}$.

Например, $\arcsin\frac{1}{2}=\frac{\pi}{6}$, так как $\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$ и $-\frac{\pi}{2} \le \frac{\pi}{6} \le \frac{\pi}{2}$;

$arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\frac{\pi}{3}$, так как $sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$и $\frac{\pi}{2} \le -\frac{\pi}{3} \le \frac{\pi}{2}$.

Арккосинусом числа a Є [-1 ; 1] называется такое число α Є [0;π], косинус которого равен α :
arcos a=α , если cosα=a и 0$\le \alpha \ge \pi$

Например , arccos$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\pi}{4}$, так как $\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ и 0$\le\frac{\pi}{4}\le\pi$;

arcos (-$\sqrt{2/2}) = 3\pi/(4$), так как $\cos\frac{3\pi}{4}=-\frac{\sqrt{2}}{2}$ и 0 $\le\frac{3\pi}{4}\le\pi$.

Арктангенсом числа a Є R называется такое число α Є тангенс которого равен a: $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$, arctg a = α, если tgα = a и $-\frac{\pi}{2}<\alpha<\frac{\pi}{2}$.

Например, arctg 1 = $\frac{\pi}{4}$, так как $tg\frac{\pi}{4}=1$ и $-\frac{\pi}{2}<\frac{\pi}{4}<\frac{\pi}{2}$;

arctg ($-\sqrt{3}$)=$-\frac{\pi}{3}$, так как $tg\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}$ и $-\frac{\pi}{2}<-\frac{\pi}{3}<\frac{\pi}{2}$.

4.Арккотангенсом числа a Є R называется такое число α Є (0 ; π), котангенс которого равен a :
arcctg a = α, если ctgα = a, 0 < α <π.
Например, arcctg $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\pi}{3}$, так как ctg$\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ и $0 < \frac{\pi}{3} < \pi$;
arcctg(-1) = , так как ctg .

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Сформулируйте определение арксинуса числа а.
Сформулируйте определение арккосинуса числа а.
Сформулируйте определение арктангенса числа а.
Сформулируйте определение арккотангенса числа а.
Допишите формулы :
arccos(-a)= arcsin(-a)=
arctg(-a)=
arcctg(-a)=

Задания для практического занятия.

I Вариант	**II Вариант**
1. Вычислите	
а) arcsin1 – arctg 0;	а) arcos 0 – arctg 1;
б) arcos $\frac{\sqrt{3}}{2}$ + arctg$\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$;	б) ;
в) ctg .	в) .
Сравните числа	
$\arcsin\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$.
Определите, имеет ли смысл выражение	
arcsin(x-1) при x=$\sqrt{5}$; x=0,9; x= sin $\left(-\frac{\pi}{6}\right)$.	arcos(x+1) при x= $-\sqrt{3}$; x= cos $\frac{\pi}{3}$; $x = -\frac{1}{3}$.

Ответ объясните.

Инструкция по выполнению практической работы.

Для решения 1 задания прочитайте теоретическую часть и разберите примеры, используя таблицу «Значения тригонометрических функций» и определения sin α, cos α, tg α, ctg α.
Для решения 2 задания рассмотрим пример.

Сравнить числа:

$$\arcsin\frac{\sqrt{2}}{2} > \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\frac{\pi}{4} > \frac{\pi}{6}$

$\frac{3\pi}{12} > \frac{2\pi}{12}$

Рассмотрим пример.
Определить, имеет ли смысл выражение.
arcsin (x-1) при x = $\sqrt{6}$
$-1 \leq x-1 \leq 1$
$0 \leq x \leq 2$, $\sqrt{6} \notin [0;2]$
Ответ: при x=$\sqrt{6}$ выражение arcsin (x-1) не имеет смысла.

Порядок выполнения отчёта по практической работе.

Выполнить задания.
2.Ответить на контрольные вопросы.
3.Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе.

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Ответы на вопросы.

Раздел 4. «Основы тригонометрии»
Тема 4.4 «Тригонометрические уравнения и неравенства»

Практическая работа № 22

Решение простейших тригонометрических уравнений и неравенств »

Учебная цель: сформировать умения по решению простейшие тригонометрические уравнения и неравенства.

Образовательные результаты

сформированность представлений о математических понятиях как важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отсчёт.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:
Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 10 – 11 класс – М., 2014.
Башмаков М.И. Математика (базовый уровень) 10, 11 классы – М., 2014.
Гусев В.А. Математика. М., 2012.
Раздаточные материалы: задания, методические указания к пр/р.
3. Калькулятор.
Тетрадь, ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Из определения косинуса следует, что $\cos\alpha \in [-1;1]$. Поэтому, если *a* >1, то уравнение cosx=a не имеет решения. Например, уравнение cosx=-1,5 не имеет корней.

Если cosx=0, $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$.

Если cosx=-1, то x = π+2πn, n Є z.
Если cosx=1 , то x=2πn, n Є z.
Если cosx=a, где $|a| \le 1$,то x=$\pm$ arccos a + 2πn, n Є z.
2.Из определения синуса следует, что
sin α Є [-1; 1] . Поэтому уравнение
sin x = 3 не имеет корней.
Если sin x = 0 , то x = πn, n Є z.

Если sin x = -1 ,то $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$
sin x = *a* , $|a| \le 1$
x = $(1)^k$ arcsin a +πk , k Є z
Из определения тангенса следует , что tg x может принимать любое действительное значение. Поэтому уравнение tg x = a имеет корни при любом значении *a*.
x = arctg *a* + πn , n Є z
tg x = 0 , x = πn , n Є z
tg x = 1 , x = $\frac{\pi}{4}$ + πn , n Є z

tg x = -1 , x = - +πn , n Є z

Из определения котангенса следует, что ctgx может принимать любое значение.
Поэтому уравнение ctgx = a имеет корни при любом значении a.
x = arcctg a + πn, n Є z.
Решения простейших тригонометрических неравенств выполняем с помощью единичной окружности.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Сформулируйте определение косинуса.
Запишите общую формулу решения уравнения cosx = a.
Сформулируйте определение синуса.
Запишите общую формулу решения уравнения sinx = a.
Запишите формулу решения уравнения tgx = a.
Перечислите алгоритм решения простейшего тригонометрического уравнения.

Задания для практической работы.

I Вариант	**II Вариант**

1.Решить уравнения:

а) $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$	а) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
б) $\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$	б) $\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 1$
в) $tg3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$	в) $ctg\frac{x}{2} = -\sqrt{3}$

2.Найти нули функции:

$y = 2\sin\left(\frac{\pi}{6} + x\right) + 1$	$y = \sqrt{2}\cos\left(\frac{\pi}{4} + x\right) + 1.$

3. Решить уравнение и найти

его наименьший положительный корень	его наибольший отрицательный корень
$ctg4x = ctg\frac{\pi}{6}$	$tg4x = tg\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

Решить неравенства:

а) $\sin x < \frac{1}{2}$	а) $\sqrt{2}\cos x < 1$
б) $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$	б) $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \le -\frac{1}{2}$
в) $tg2x \le tg\frac{\pi}{3}$	в) $tg\frac{x}{3} \le tg\frac{\pi}{6}$

Найти значение x при которых график функции

$y = \sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2}$	$y = \cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{\sqrt{3}}{2}$
лежит ниже оси x	лежит выше оси x

Инструкция по выполнению практической работы.

Для решения 1 задания рассмотрим примеры.

$\sin x = \frac{1}{2}$

а) $x = (-1)^k \arcsin\frac{1}{2} + \pi k, k \in Z$

$x = (-1)^k \frac{\pi}{6} + \pi k, k \in Z.$

б)

$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$

$x + \frac{\pi}{6} = 2\pi n, n \in z$

$= -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: $x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$

в) $\operatorname{tg}\frac{x}{3} = -\sqrt{3}$

$\frac{x}{3} = -\frac{\pi}{3} + \pi n, n \in z$

$x = -\pi + 3\pi k, n \in z$

$x = \frac{\pi}{6}$ –наименьший положительный корень

Ответ:

Для решения 2 задания рассмотрим примеры.

Найти нули функции $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$

$2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 = 0$

$2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$

$\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$x - \frac{\pi}{3} = \pm \arccos\frac{1}{2} + 2\pi n, n \in Z$

$x - \frac{\pi}{3} = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

$= \frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Ответ: $x = \frac{\pi}{3} \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

Для решения 3 задания рассмотрим пример.

$$tg2x = tg\frac{\pi}{3}$$

$$tg2x = \sqrt{3}$$

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}n, n \in z$$

$x = \frac{\pi}{6}$ –наименьший положительный корень

Ответ:

Для решения 4 задания, прочитайте теоретическую часть и разберите примеры.

а) 2cosx ≥ 1;

cosx ≥

x Є $\left[-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right]$, n Є z

б) 2cosx < $\sqrt{3}$;

cosx < $\frac{\sqrt{3}}{2} \approx \frac{1,7}{2} = 0,85$

x Є $\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \frac{11\pi}{6} + 2\pi n\right) n \in z$

в) sinx >

x Є $\left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{7\pi}{6} + 2\pi n\right), n \in z$

г) tgx ≥ 1

x Є $\left[\frac{\pi}{4} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right), n \in z$

Порядок выполнения отчёта по практической работе.

Выполнить задания.
2.Ответить на контрольные вопросы.
3.Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе.

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Ответы на вопросы.

Раздел 5. «Координаты и векторы»

Тема 5.1 «Координаты и векторы»

Практическая работа № 23
Решение задач по теме: «Уравнение окружности, сферы, плоскости. Расстояние между точками»

Учебная цель: сформировать умения использования теоретических сведений для составления уравнений окружности, сферы, плоскости.

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отсчёт.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:

Атанасян Л.С. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия (базовые и углубленные уровни) 10-11 классы – М., 2014г.

-Богомолов Н.В. Практические занятия по математике (базовый уровень): Учеб. пособие для средних спец учеб. заведений. –М., 2014 г.

Гусев В.А. и др. Математика: учебник для студентов учреждений сред. проф. образования. М., 2014 г.

Раздаточные материалы: задания, методические указания к пр/р.

Калькулятор.

Тетрадь, ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

1.Расстояние между точками.

$A(x_1 ; y_1 ; z_1)$, $B(x_2 ; y_2 ; z_2)$

AB = $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Уравнение плоскости.

Уравнение плоскости, проходящей через данную точку и перпендикулярной данному вектору.

Ненулевой вектор **n**, перпендикулярный плоскости, называют ее нормальным вектором.

Если дана точка $M(x_0;y_0;z_0)$ и нормальный вектор **n** = (A, B, C) плоскости, то ее уравнение имеет вид $A(x-x_0) + B(y-y_0) + C(z-z_0)$

Равенство выражает необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух векторов **n** и M_0M.

3.Уравнение окружности.

$x^2 + y^2 = r^2$ - уравнение окружности с центром в начале координат и радиусом *r*.

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ - уравнение окружности с центром в точке $O_1(a ; b)$ и радиусом *r*.

4.Уравнение сферы.

$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ - уравнение сферы в точке с центром $O_1($ $a ; b; c)$ и радиусом *R*.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Записать формулу расстояния между точками.
Уравнение плоскости.
Уравнение окружности.
Уравнение сферы.

Задания для практической работы.

I Вариант	II Вариант
1. Дан ΔABC с вершинами в точках	Дан ΔABC с вершинами в точках
A (7; 3; -2)	A (2; 0; 5)
B (1; 3; 6)	B (3; 4; 0)
C (0; 0; -1).	C (2; 4; 0).
Найти длину средней линии, параллельной AB.	Найти длину средней линии, параллельный BC.
2. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку A и перпендикулярный вектору AB, если A(2; 3; -4), B(-1; 2; 2).	Составить уравнение плоскости, проходящей через точку B и перпендикулярный вектору AB, если A(-2; 1; 3), B(1; -2; 4).
3. Сфера задана уравнением	
$(x-1)^2 + y^2+(z-2)^2 = 9$	$x^2+(y+3)^2+(z-2)^2 = 25$
а) Назовите координаты центра и радиус сферы.	
б) Определите, принадлежит ли данной сфере точки:	
A(1; 3; -1)	A(4; -3; -1)
B(2; 2; 4)	B(0; 1; 3).

Инструкция по выполнению практической работы.

Для решения 1 задания рассмотрим пример.
Дан ΔABC с вершинами в точках A(3; -4; 2), B(-5; 6; 7), C(5; -6; 3).
Найти длину средней линии, параллельной AC.
MN - средняя линия
MN- AC
AC = $\sqrt{(5-3)^2 + (-6+4)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} =$
$=\sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3.$
Ответ: 3.
Для решения 2 задания рассмотрим пример.
Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M(1; -2; 4) и перпендикулярный вектору MN, N(3; 4; 5).
$A(x-x_0) + b(y-y_0) + C (z-z_0)=0$
$x_0=1$; $y_0=-2$; $z_0=4$.
MN=(3-1; 4+2; 5-4); MN=(2; 6; 1); a=2; b=6; c=1.
2(x-1)+6(y+2)+1(z-4)=0
2x-2+6y+12+z-4=0
2x+6y+z+6=0
Ответ: 2x+6y+z+6=0.
Для решения 3 задания рассмотрим пример.
Сфера задана уравнением
$(x+2)^2+(y-5)^2+z^2=16.$
а) Назовите координаты центра и радиус сферы.
б) Определите принадлежат ли данной сфере точки: A(-2; 9; 0) и B(1; 3; 2)
Решение

а) (-2; 5; 0) – координаты центра.
R= $\sqrt{16}$ =4.
A(-2; 9; 0);
$(-2+2)^2+(9-5)^2+0^2=16$
$0^2+4^2+0^2=16$
16=16 (верно)
принадлежит сфере.
B(1; 3; 2);
$(1+2)^2+(3-5)^2+2^2=16$
$3^2+(-2)^2+4=16$
9+4+4=16
В не принадлежит 17=16 (неверно).

Порядок выполнения отчёта по практической работе.

Выполнить задания.
2.Ответить на контрольные вопросы.
3.Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе.

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Ответы на вопросы.

Тема 5.1 «Координаты и векторы»

Практическая работа № 24
Решение задач по теме: «Векторы. Действия с векторами. Декартова система координат в пространстве»

Учебная цель: сформировать умения выполнять действия с векторами, используя теоретические сведения.

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отчёт.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:
Атанасян Л.С. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия (базовые и углубленные уровни) 10-11 классы – М., 2014г.
-Богомолов Н.В. Практические занятия по математике (базовый уровень): Учеб. пособие для средних спец учеб. заведений. –М., 2014 г.
Гусев В.А. и др. Математика: учебник для студентов учреждений сред. проф. образования. М., 2014 г.
Раздаточные материалы: задания, методические указания к пр/р.
Калькулятор.
Тетрадь, ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Даны точки $A(x_1;y_1;z_1)$ и $B(x_2; y_2; z_2)$

$\overrightarrow{\mathbf{AB}}=(x_2-x_1;\ y_2-y_1;\ z_2-z_1)$ – координаты вектора

б) $\overrightarrow{|AB|} = \sqrt{(x2-x1)^2+(y2-y1)^2+(z2-z1)^2}$ - модуль вектора

Даны векторы $\vec{a} = (x_1;y_1;z_1)$ и $= (x_2;\ y_2;\ z_2)$

$+\vec{b} = (x_1+x_2;\ y_1+y2;\ z_1+z_2)$

$-\vec{b} = (x_1-x_2;\ y_1-y_2;\ z_1-z_2)$

k – любое число, то $k\vec{a} = (kx_1;\ ky_1;\ kz_1)$.

г) Если $a =$, то $x_1 = x_2;\ y_1 = y_2;\ z_1 = z_2$.

д) Коллинеарными называют вектора расположенные на одной или на параллельных прямых.

Соответственные координаты коллинеарных векторов пропорциональны.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Правила нахождения координат вектора и его модуля.
Правила сложения, вычитания, умножения на число векторов.
Условия равенства векторов.

Свойство коллинеарных векторов.

Задания для практической работы.

Вариант Вариант

Даны точки A(3; -1; 2) и B(5; 1; 1). а)

Найдите координаты и модуль

вектора $\overrightarrow{AB}$ вектора $\overrightarrow{BA}$.

б) найдите координаты точки С, если

$\overrightarrow{AC}(-4; 0; 2)$. $\overrightarrow{BC}(3; -2; 1)$.

в) Точка D лежит

на оси у. на оси х.

Найдите ее координаты, если

$|\overrightarrow{BD}| = \sqrt{26}$. $|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{5}$.

2. Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$

Назовите:

а) вектор с началом в точке а) вектор с началом в точке

A_1, равный вектору $\overrightarrow{AB}$; D, равный вектору $\overrightarrow{D_1C_1}$;

б) сумму векторов ; б) сумму векторов;

Даны векторы (-2; 3; 1) и $\vec{b}$ (4; -1; 2)

а) Найдите вектор

$2\vec{a} - \vec{b}$. $\vec{a} + 3\vec{b}$.

б) При каком значении y и z вектор

$\vec{c}$ (8; y; z)

и вектор коллинеарны? и вектор $\vec{b}$ коллинеарны?

в) Определите, совпадают ли в этом случаи

направления векторов $\vec{a}$ и $\vec{c}$. направления векторов $\vec{b}$ и $\vec{c}$.

г) Найдите координаты вектора $\vec{d}$, если

векторы $\vec{b}$ и $\vec{d}$ сонаправлены векторы $\vec{a}$ и $\vec{d}$ противоположно

и $|\vec{d}| = 2|\vec{b}|$. направлены и $|\vec{d}| = 3|\vec{a}|$.

Инструкция по выполнению практической работы.

Для выполнения 1 задания рассмотрим пример.

Даны точки А и В. A$(-1; -3; 2)$, B$(5; -1; -1)$

а) Найти координаты и модуль вектора $\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AB}$ = (5+2; -1+3; -1-2)

$\overrightarrow{AB}$= (6; 2; -3)

$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6^2 + 2^2 + (-3)^2} = \sqrt{36 + 4 + 9} = \sqrt{49} = 7$

б)Найти координаты точки С, если $\overrightarrow{AC}$ = (5; -2; 3)

(x;y;z), $\overrightarrow{AC}$ =(x+1; y+3; z-2),

следовательно; x+1=5, y+3=-2; z-2=3

x=4; y=-5; z=5

C(4;-5;5).

в) Точка Д Є Х.

Найти её координаты, если $|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{13}$

Д(x; 0; 0) т.к Д Є Х

$\overrightarrow{\mathbf{AD}}$ = (x+1; 3; -2); $|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{(\mathbf{x}+(\mathbf{1}))^2 + 3^2 + (-2)^2} = \sqrt{(\mathbf{x}+\mathbf{1})^2} = \sqrt{(\mathbf{x}+\mathbf{1})^2 + \mathbf{13}}$ и $|\overrightarrow{AD}|$ $= \sqrt{\mathbf{13}}$.

Составим уравнения : $\sqrt{(\mathbf{x}+\mathbf{1})^2 + \mathbf{13}} = \sqrt{\mathbf{13}}$

$(x+1)^2 + 13 = 13$

x + 1 = 0

x = -1

Следовательно, Д (-1;0;0)

Ответ: (-1;0;0)

Для выполнения 2 задания рассмотрим пример.

Дан куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$

Назовите:

а) вектор с началом в точке B и равный вектору $\overrightarrow{BC_1}$

Ответ: $\overrightarrow{\mathbf{Bc}}$.

б) сумму векторов .

Ответ:

Для выполнения 3 задания рассмотрим пример.

Даны векторы

а) Найти вектор $\vec{a}$ - 2 = (3-2(-4); -2-2·3; 5-2·1)

- 2 = (11; -8; 3)

б) При каком значении y и z вектор (8; y; z) и вектор $\vec{a}$ коллинеарны, значит,

$$\frac{3}{8} = \frac{-2}{y} = \frac{5}{z}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{-2}{y}; y = \frac{8(-2)}{3} = \frac{-16}{3} = -5\frac{1}{3}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{5}{z}; z = \frac{8 \cdot 5}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$

Ответ: y = $-5\frac{1}{3}$; z=$13\frac{1}{3}$

в) $\vec{a}$ и $\vec{c}$ сонаправлены.

Порядок выполнения отчёта по практической работе.

Выполнить задания.

2.Ответить на контрольные вопросы.

3.Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе.

Раздел.

Тема.

Учебная цель.

Название практической работы.

Ответы на вопросы

Раздел 5. «Координаты и векторы»

Тема 5.1 «Координаты и векторы»

Практическая работа № 25
Действия с векторами, заданными координатами. Скалярное произведение векторов»

Учебная цель: сформировать умение выполнять действия с векторами и находить скалярное произведение, используя теоретические сведения.

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отчёт.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:
Атанасян Л.С. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия (базовые и углубленные уровни) 10-11 классы – М., 2014г.
-Богомолов Н.В. Практические занятия по математике (базовый уровень): Учеб. пособие для средних спец учеб. заведений. –М., 2014 г.
Гусев В.А. и др. Математика: учебник для студентов учреждений сред. проф. образования. М., 2014 г.
2. Раздаточные материалы: задания, методические указания к пр/р.
3. Калькулятор.
4. Тетрадь, ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Даны точки А($x_1;y_1;z_1$) и В($x_2; y_2; z_2$)

$\overrightarrow{\mathbf{AB}}$=($x_2$-$x_1$; y_2-y_1; z_2-z_1) – координаты вектора

б) $\overline{|AB|} = \sqrt{(x2-x1)^2+(y2-y1)^2+(z2-z1)^2}$ - модуль вектора

Даны векторы $\vec{a}$ = ($x_1;y_1;z_1$) и $\vec{b}$ = ($x_2; y_2; z_2$)

$+\vec{b}$ = (x_1+x_2; y_1+y2; z_1+z_2)

$-\vec{b}$ = (x_1-x_2; y_1-y_2; z_1-z_2)

– любое число, то k $\vec{a}$ = (kx_1; ky_1; kz_1).

г) Скалярное произведение векторов.

$\vec{a} . \vec{b} = |\vec{a}| . |\vec{b}| . \cos\angle(\vec{a}, \vec{b})$

$\cdot$ = x_1 x_2 + $y_1 \cdot y_2$ + $z_1 \cdot z_2$

Если $\angle(\vec{a}, \vec{b})$= 90^0, $\vec{a}\perp\vec{b}$. $\cdot \vec{b}$ = 0

Если $\cdot \vec{b}$ =0,то

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Правила нахождения координат вектора и его модуля.
Правила сложения, вычитания и умножения на число векторов.
Правила нахождения скалярного произведения векторов.
Условие перпендикулярности векторов.

Задания для практической работы.

Вариант Вариант

Найдите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если :

а) $\vec{a}$ (2; -1; 4), $\vec{b}$ (3; 2; -1) ; а) $\vec{a}$ (-2; 3; 1) , $\vec{b}$ (-1; -1; 4) ;

б) $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, \cos\left(\widehat{\vec{a},\vec{b}}\right)$ $\frac{1}{6}$. б) $|\vec{a}| = 2, |\vec{b}| = 5, \cos\left(\widehat{\vec{a},\vec{b}}\right) = 0{,}1$.

Найдите значение m, при котором векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны, если

$\vec{a}$(2; -4; m) , $\vec{b}$(3; -1; 5). $\vec{a}$(3; 2; -1), $\vec{b}$(2; m; -2).

3.Даны точки А(3; -2; 1), В(-2; 1; 3), С(1; 3; -2).

Найдите угол между векторами.

$\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$ . .

Дан треугольник АВС с вершинами

А (2; 2; 2), В(2; 2; 0), С(2; 0; 2). А (6; - 4; 1), В(3; 2; 3), С(3; - 5; -1).

Докажите, что данный треугольник – прямоугольный, и назовите его прямой угол.

Инструкция по выполнению практической работы.

Для выполнения 1 задания рассмотрим пример.

а) $\vec{a}$(1; 2; -3) , $\vec{b}$(- 4; -1; 5)

Найдите скалярное произведение векторов.

$\vec{a}\cdot\vec{b}$ =1·(-4)+2·(-1)+(-3)·5=-4-2-15=-21.

б) $|\vec{a}|$=4, $|\vec{b}|$=2, $\cos\angle(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$

Найти скалярное произведение вектор

$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 4\cdot 2\cdot \frac{1}{2} = 4$.

Для выполнения 2 задания рассмотрим пример:

Найти значение m, при котором вектор $\vec{a}$ и $\vec{b}$ перпендикулярны , если

$\vec{a}$(3; 0; m), $\vec{b}$(4; 7; 2) ;

$\vec{a} \perp \vec{b}$, значит, $\vec{a}\cdot\vec{b} = 0$

$\vec{a}\cdot\vec{b}$ = 3 · 4+0 · 7+2m = 12+2m

12+2m = 0

2m = - 12

m = - 6

Ответ: - 6.

Для выполнения 3 задания
рассмотрим пример.

Даны точки А(0; 1;- 1), В(1;- 1; 2), С(3; 1; 0).

Найдите угол между векторами

$\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{BC}$ = $|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}| \cdot$, $\overrightarrow{BC}$)

$\overrightarrow{BA}$ = (-1;2; -3) , $\overrightarrow{BC}$ = (2; 2; -2)

$|\overrightarrow{BA}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-3)^2} = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$

$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{4+4+4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ = -1·2+2·2+(-3) · (- 2) = - 2+4+6 = 8

(,)= $\dfrac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \dfrac{8}{\sqrt{14 \cdot 2\sqrt{3}}} =$.

Следовательно, ∠($\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$) = arccos $\dfrac{4}{\sqrt{42}}$.

.

Порядок выполнения отчёта по практической работе.

Выполнить задания.
2.Ответить на контрольные вопросы.
3.Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе.

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Ответы на вопросы.

Раздел 5. «Координаты и векторы»

Тема 5.1 «Координаты и векторы»

Практическая работа № 26
«Решение задач по теме «Векторное уравнение прямой и плоскости »

Учебная цель: сформировать умения составлять уравнения прямой и плоскости, используя теоретические сведения.

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отчёт.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:

Атанасян Л.С. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия (базовые и углубленные уровни) 10-11 классы – М., 2014г.

-Богомолов Н.В. Практические занятия по математике (базовый уровень): Учеб. пособие для средних спец учеб. заведений. –М., 2014 г.

Гусев В.А. и др. Математика: учебник для студентов учреждений сред.проф. образования. М., 2014 г.

Раздаточные материалы: задания, методические указания к пр/р.
Калькулятор.
Тетрадь, ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

1.Векторное уравнение прямой.
L- прямая на плоскости,
$M_0(x_0;y_0)$- точка на этой прямой ,
$\vec{n}$ = (a;b;)- ненулевой вектор, $\vec{n}$ ⊥L.
M(x;y)-произвольная точка на прямойL.
$M_0M=(x-x_0;y-y_0)$ перпендикулярен вектору $\vec{n}$ (a;b).
Значит скалярное произведение этих векторов равно нулю:
$\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0$, то есть
$a\cdot(x-x_0) + b\cdot(y-y_0)=0$
Это и есть векторное уравнение прямой
Векторное уравнение плоскости L
– плоскость
$M_0(x_0; y_0; z_0)$ – точка на плоскости,
$\vec{n}$ = (a; b; c) – ненулевой вектор,
$\vec{n}$ ⊥ α. M(x; y; z) –производная точка на плоскости α.
Таккак $\vec{n}$ ⊥α,то $\vec{n} \perp \overrightarrow{M_0M}$,и $\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0$
$a\cdot(x-x_0) + b\cdot(y-y_0) + C(z-z_0) = 0$
Это и есть векторное уравнение плоскости.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Правило нахождения координат вектора.
Правило нахождения скалярного произведения.
Условие перпендикулярности векторов.
Векторное уравнение прямой.
Векторное уравнение плоскости.

Задания для практической работы.

Вариант Вариант 1Постройте прямую

2x-5y+10 = 0.4x + 6y – 3 =0.

Составьте уравнение прямой, проходящей через данную точку M_0и перпендикулярной данному вектору $\vec{n}$

M_0 (-2; -3)M_0 (1; -1)

$\vec{n}$ =(4; -5). $\vec{n}$ =(-3; 4).

3.Составить уравнение плоскости, проходящей через точки M_0 и перпендикулярной вектору $\vec{\mathbf{n}}$, если

M_0 (-3; 0; 2) M_0 (1;-2; 3)

$\vec{n}$ = (2; -3; -5) $\vec{n}$ = (3; 4; 7)

4.Составте уравнение плоскости, которая проходит через токиA(B) и перпендикулярна примой AB, если

A(-1; 1; 2) A(3; -4; 5)
B(2; 0; 1) B(2; 1; 2)

Инструкция по выполнению практической работы.

Для выполнения 1 задания рассмотрим пример.
Построить прямую 3x + 4y – 12 = 0.
Найдём координаты точек пересечения с осями охи оу . Полагая y = 0,
получим 3x – 12 = 0, 3x = 12, x = 4,
A(4; 0). При x = 0 получим 4y – 12
=0, 3y = 12; y = 3, B (0;3).
Через Aи B проведём искомую прямую.
Для выполнения 2 задания рассмотрим пример.
Составить уравнение прямой, проходящей через точку M_0 (3;-5) и перпендикулярной вектору $\vec{n}$ =(4; 2).
Пусть, M(x;y) – произвольна точка искомой прямой.
Вектор $M\ M$ (x – 3;y+5). $M\ M \perp \vec{n}$,
значит $\vec{n} \cdot \overline{M_0M}$ = 0.
4 · (x – 3)+2 · (y+5) = 0
4x –12 +2y +10 = 0
4x + 2y + 2 = 0
2x+y – 1 = 0
Ответ: 2x+y – 1 = 0
Для решения 3 задания рассмотрим пример.
Составить уравнение плоскости проходящей через точку M_0(3; 4; 5)
и перпендикулярной вектору $\vec{n}$ = (- 1; – 3; 2).

Пусть M(x; y; z) производная точка плоскости α.
Вектор $M \quad M$ (x – 3;y – 4;z – 5). $M \quad M$ ⊥α,
следовательно, $\vec{\mathbf{n}} \cdot \overrightarrow{M_0 M} = 0$
-1 · (x - 3) – 3 · (y - 4)+2(z – 5) = 0
-x +3 – 3y+12+2z-10 = 0
-x -3y + 2z + 5 = 0
x+3y – 2z – 5 = 0
Ответ: x+3y – 2z – 5 = 0
Для решения 4 задания используйте теоретические сведения.

Порядок выполнения отчёта по практической работе.

Выполнить задания.
2.Ответить на контрольные вопросы.
3.Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе.

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Ответы на вопросы.

Раздел 6. «Функции, их свойства и графики»
Тема 6.1 «Функции, их свойства и графики»

Практическая работа № 27
«Построение и чтение графиков функций»

Учебная цель: сформировать умения составить графики функций и читать по графику свойства.

Образовательные результаты

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отчёт.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:
Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 10 – 11 класс – М., 2014.
Башмаков М.И. Математика (базовый уровень) 10, 11 классы – М., 2014.
Гусев В.А. Математика. М., 2012.
Раздаточные материалы: задания, методические указания к пр/р.
Калькулятор.
Тетрадь, ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Функцией y с областью определения D(y)называется соответствие, при котором каждому значению x из множества D(y) сопоставляется единственное значение y из множества E(y).
X – аргумент
–функция
D(y) – область определения функции.
E(y) – область значения функции.
Существует 3 способа задания функции: аналитический, графический, табличный.
Областью определения функции D(y) называется множество значений аргумента x, при которых она определена (имеет смысл).
Областью значений функции E(y) называется множество всех значений функции y, которые она может принимать.
О1. Функция y = f(x) возрастает на множестве P, если для любых $x_1>x_2$из множества P, таких, что $x_2>x_1$, выполнено неравенство $f(x_2)>f(x_1)$.
О2.Функция f убывает на множестве P, если для любых x_1 и x_2 из множества P, таких, что $x_2>x_1$, выполнено неравенство $f(x_2)<f(x_1)$.
О3.Точки x_0называется точкой минимума функции f, если для всех x из некоторой окружности x_0выполнено неравенство $f(x) \geq f(x_0)$
О4.Точки x_0называется точкой максимума функции f, если для всех x_0 выполнено неравенство $f(x) \leq f(x_0)$
Точки максимума и точки минимума называются точками экстремума.
Значения функции в точках максимума и точках минимума называются экстремумами.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Определения функции.

Что называется областью определения функции. Обозначение.

Что называется областью значений функции. Обозначение.

Признаки возрастания и убывания функции.

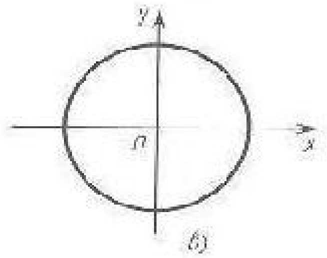
Точки максимума и минимума.

Экстремумы функции.

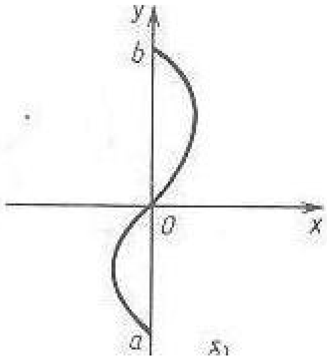
Задания для практической работы.

Вариант Вариант

№1. Является ли графиком функции фигура, изображённая на рисунке:



а)



b)

№2. Начертите график какой–нибудь функции f(x), для которой:

$D(f) = [-5; 6]$

$E(f) = [-3; 4]$.

f(x) возрастёт на промежутках $[-5; -2]$ и $[3; 6]$;убывает на промежутке $[-2; 3]$

$D(f) = [-6; 4]$

$E(f) = [-1; 5]$.

f(x) убывает на промежутках (-6 ; -4] и [-1; 4), возрастает на промежутке $[-4; -1]$

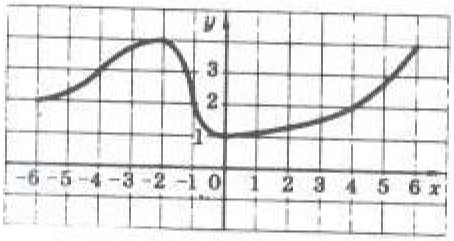
№3 Для функции, график который изображён на рисунке, найдите:

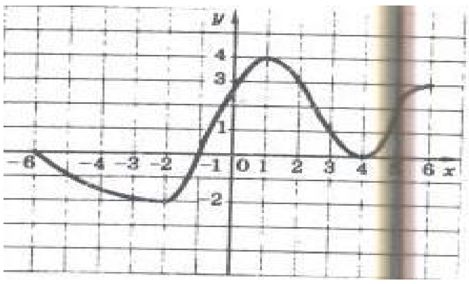
а) область определения и область значений;

б) промежутки возрастания и убывания;

в) точки максимума и минимума

г) экстремумы.

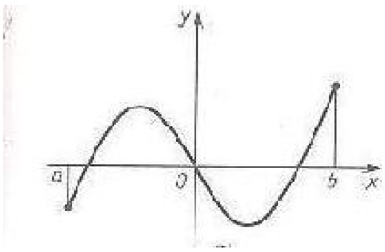


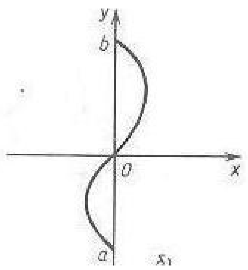


Инструкция по выполнению практической работы.

1)Для выполнения 1 задания рассмотрим пример.

Является ли графиком функции фигура, изображенная на рисунке?





b)

a)

Ответ: a) является; b) не является.

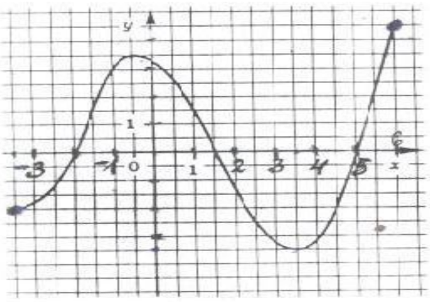
2.Для выполнения 2 задания рассмотрим пример.

Начертите график какой–нибудь функции y = f(x), для которой:

D(y) = $[-3{,}5;\,6]$

E(y) =$[-3{,}5;\,4{,}5]$

y=f(x) возрастает на промежутках $[-3{,}5;\,-0{,}5]$ и $[3{,}5;\,6]$ убывает на промежутке $[-0{,}5;\,3{,}5]$;



Для выполнения 3 задания рассмотрим пример.

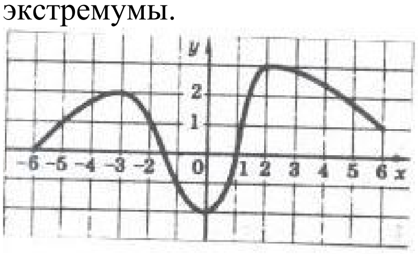
По графику изображённому на рисунке, найдите:

а) область определения и область значений;

б) промежутки возрастания и убывания;

в) точки максимума и минимума г)

экстремумы.



Порядок выполнения отчёта по практической работе.

Выполнить задания.

2.Ответить на контрольные вопросы.

3.Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе.

Раздел.

Тема.

Учебная цель.

Название практической работы.

Ответы на вопросы.

Раздел 6. «Функции, их свойства и графики»

Тема 6.1 «Функции, их свойства и графики»

Практическая работа № 28
«Исследование функции»

Учебная цель: сформировать умения исследовать функцию по схеме.

Образовательные результаты

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отчёт.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:
Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 10 – 11 класс – М., 2014.
Башмаков М.И. Математика (базовый уровень) 10, 11 классы – М., 2014.
Гусев В.А. Математика. М., 2012.
Раздаточные материалы: задания, методические указания к пр/р.
Калькулятор.
Тетрадь, ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

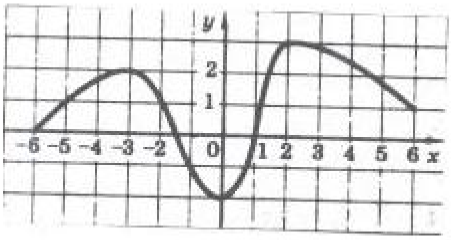
Схема исследования функции.
Найти область определения и значения данной функции f.
Выяснить, обладает ли функция особенностями, облегчающими исследование, т.е. является ли функция f: а)чётной или не чётной; б) периодической.
3)Вычислить координаты точек пересечения графика с осями координат.
Найти промежутки знакопостоянства функции f.
5)Выяснить, на каких промежутках функция f возрастает , а на каких убывает.
6)Найти точки экстремума , вид экстремума (максимум или минимум) и вычислить значения f в этих точках.
Исследовать поведение функции fв окрестности характерных точек , не входящих в область определения (например , точка x=0 для функции f(x) = ,
и при больших (по модулю) значениях аргумента.

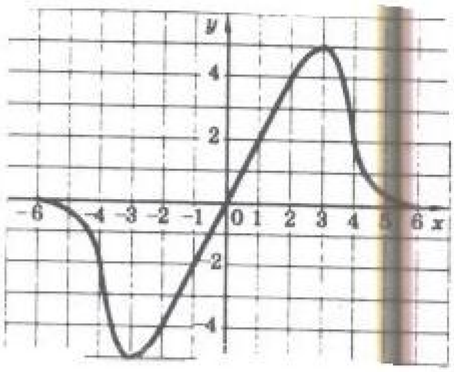
Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Определения функции.
Что называется областью определения функции. Обозначение.
Что называется областью значений функции. Обозначение.
Признаки возрастания и убывания функции.
Точки максимума и минимума.
Экстремумы функции.

Задания для практической работы.

Вариант   Вариант №1Проведите исследование функции, заданной графиком





№2Постройте график функции f(x), если известны её свойства:

1. Область определения:

[-4; 4]   [-5;3]

Область значений:

[-3; 6]   [0; 5]

2. Точки пересечения графика:

а) с осью Ох

A (-4; 0),   A (3; 0),
B (-1; 0),
C (2,5; 0)

б) с осью Оу

D (0; 2,5)   B (0; 4,5)

3.Промежутки знакопостоянства:

а) f(x) > 0

(-4; -1),   [-5; 3]
(2,5; 4)

б) f(x) < 0

(-1; 2,5)   ——

4. Промежутки:

а) возрастания

[-4; -2]   [-3; 1]
[1; 4

б) убывания

[-2; 1]   [-5; -3]
[1; 3]

5.Точки максимума, максимум функции

-2, f (-2) = 2   1, f(1) = 5

Точки минимума, минимум функции

1, f(1) =-3   -3, f (-3) = 2

6.Дополнительные точки графика

f (4) = 6   f (-5) = 3

№3 Проведите исследование функции и постройте график

f (x) = – 2   f (x) = -3

Инструкция по выполнению практической работы.

1.Для выполнения 1 задания рассмотрим пример.

Проведите исследование функции, заданной графиком.

1)D (f) = [-8; 5]

E (f) = [-2; 5]

2)С осью Ох: (1; 0)и (5; 0).

осью Оу: (0;5).

f(x)>0 , при x Є [-8; 1)

f(x)<0, при x Є (1; 5)

4. [-5; -1]; [3; 5]- промежутки возрастания. [-8; -5];
[-1; 3]- промежутки убывания .

5. X max = -1, f (-1) = 3

X men = -5, f (-5) =1

X min = 3, f (3) = -2

Для выполнения 2 задания рассмотрим пример.

Постройте график функции f (x), если известны её свойства

Область определения: [-5; 4]

Область значений:[0; 6]

Точки пересечения графика:

а) с осью Ох О (0; 0)

б) с осью Оу

3.Промежутки знакопостоянства:

а) f(x) > 0 [-5; 0), (0; 4]

б) f(x) < 0

——

Промежутки:

а) возрастания [-5; -2] [0; 4]

б) убывания [-2; 0]

5.Точки максимума, максимум функции -2, f (-2) = 2

Точки минимума, минимум функции 0, f(0) = 0

6.Дополнительные точки графика f (-5) = 0,5 f (4) = 6

Для выполнения 3 задания используйте теоретические сведения.

Порядок выполнения отчёта по практической работе.

Выполнить задания.

2.Ответить на контрольные вопросы.

3.Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе.

Раздел.

Тема.

Учебная цель.

Название практической работы.

Ответы на вопросы.

Раздел 6. «Функции, их свойства и графики»

Тема 6.1 «Функции, их свойства и графики»

Практическая работа № 29.
Решение задач по теме: Свойства линейной, квадратичной, кусочно-линейной и дробно – линейной функций»

Учебная цель: сформировать умение строить графики и проводить исследования линейно квадратичной, кусочно-линейной, дробно- линейной функции.

Образовательные результаты

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отчёт.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:
Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 10 – 11 класс – М., 2014.
Башмаков М.И. Математика (базовый уровень) 10, 11 классы – М., 2014.
Гусев В.А. Математика. М., 2012.
Раздаточные материалы: задания, методические указания к пр/р.
Калькулятор.
Тетрадь, ручка.

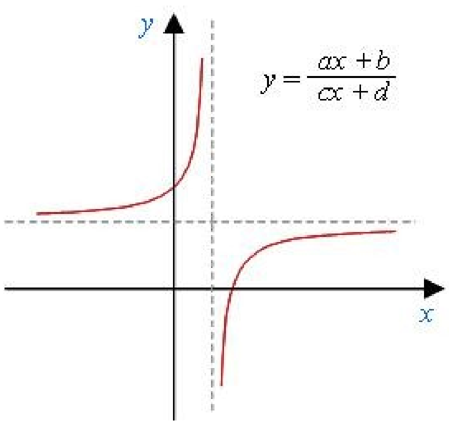
Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Дробно-линейная функция и ее график

Дробно-линейная функция – это функция вида $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$
где x – переменная, a, b, c, d – некоторые числа, причем $c \neq 0$, $ad - bc \neq 0$.

Свойства дробно-линейной функции:

При возрастании положительных значений аргумента значения функции убывают и стремятся к нулю, но остаются положительными.
При возрастании положительных значений функции значения аргумента убывают и стремятся к нулю, но остаются положительными.

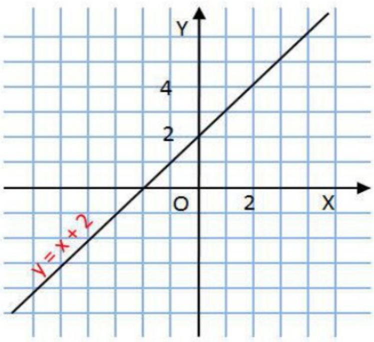


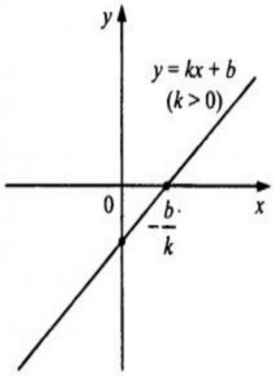
Графиком дробно-линейной функции является гипербола, которую можно получить из гиперболы y = k/x с помощью параллельных переносов вдоль координатных осей.

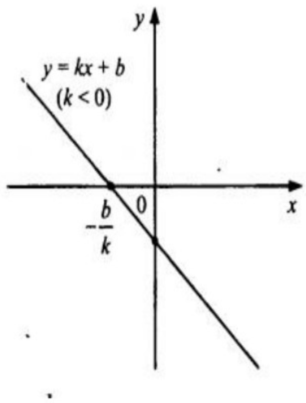
Линейная функция — функция вида y = kx + b

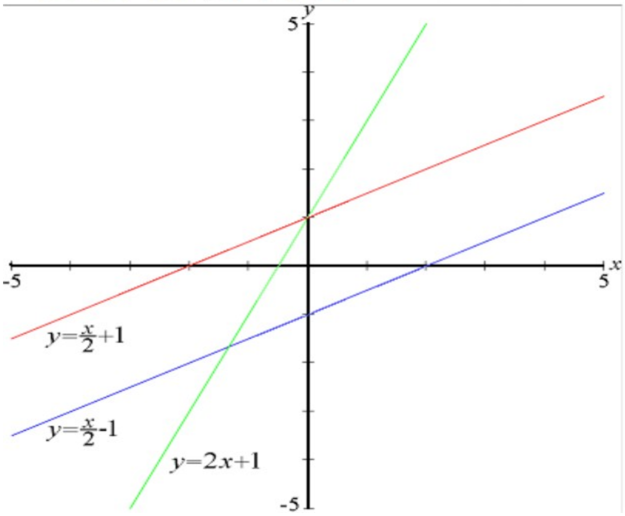
Основное свойство линейных функций: приращение функции пропорционально приращению аргумента. То есть функция является обобщением прямой пропорциональности.

Графиком линейной функции является прямая линия, с чем и связано её название. Это касается вещественной функции одной вещественной переменной. Частный случай линейной функции называется однородными линейными функциями (это в сущности синоним прямой пропорциональности), в отличие от — неоднородных линейных функций.









Квадратичная функция — функция вида f(x) = ax^2 + bx+c. где a≠ 0.и a, b, c некоторые числа.

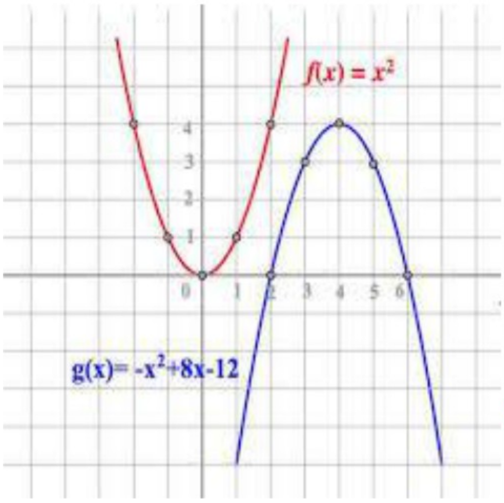
График квадратичной функции называют параболой.

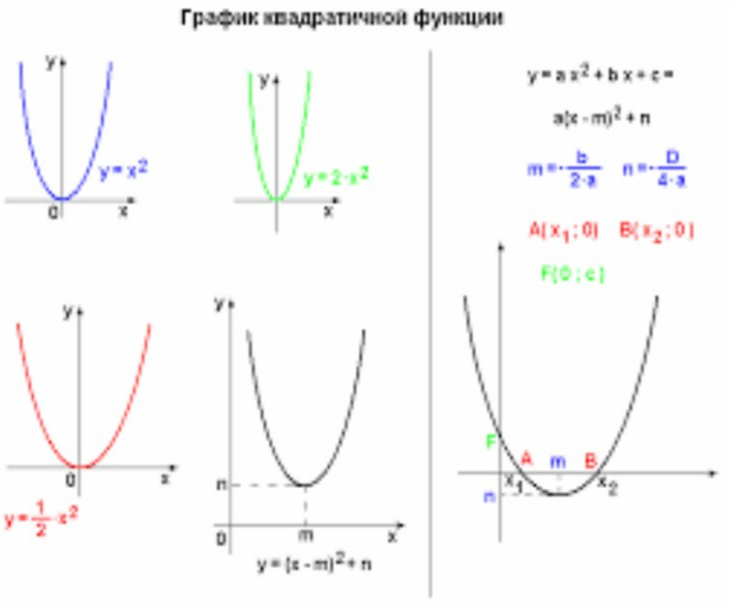
В общем виде уравнение квадратичной функции записывается так: $y = ax^2+bx+c$.

Координаты вершины параболы: $(x_0;y_0)$, $x_0 = -\frac{b}{2a}$, $y_0 = -\frac{D}{4a}$

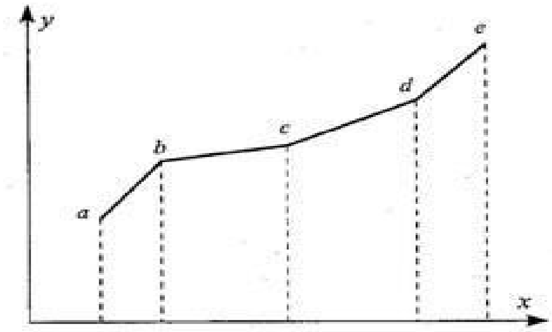
Прямая является осью симметрии графика квадратичной функции.

При a < 0 ветви параболы направлены вниз, при a > 0 — вверх.





Кусочно-линейная функция [piecewise linear function] — нелинейная функция f(x) = f(x1, x2, …, xn), которая (при ее геометрическом представлении) состоит из переходящих друг в друга линейных участков.



Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Определение и свойства линейной функции.
Определение и свойства квадратичной функции.
Определение кусочно-линейной функции.
4.Определение и свойства дробно-линейной функции.

Задания для практической работы.

Вариант | Вариант

1. Постройте график функций и проведите исследование

а) y = 2x – 3 | y = -3x +1

б)y = x2+4x+5 | y = x2-6x+10

в)y = | y = $\frac{x-2}{x+1}$

г) y = $\begin{cases} -x+1, \text{если } x \le -1 \\ 2x, \text{если } x > -1 \end{cases}$ | y = $\begin{cases} -x+2, \text{если } x \le 1 \\ x, \text{если } x > 1 \end{cases}$

Инструкция по выполнению практической работы.

1.Для выполнения задания (а) используйте теоретические сведения.
2.Для выполнения задания (б) рассмотрим пример.

$y = x^2-4x+3$

Находим координаты вершины параболы:

$x = \frac{-b}{2a} = = 2$

$= 2^2-4\cdot2+3 = 4-8+3 = -1$ (2; -1) – вершина параболы.

Находим точки пересечения графика с осью ох:

$x^2-4x+3 = 0$

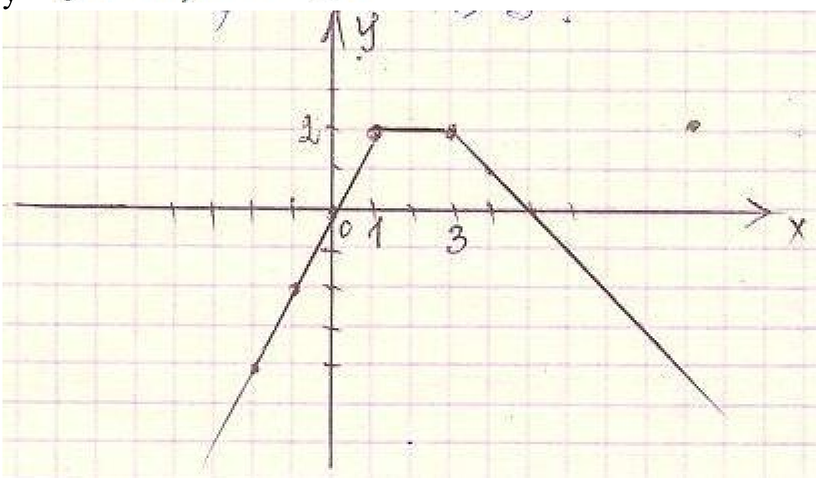
$x_1 = 1$ и $x_2 = 3$.

Строим график.

3.Для выполнения задания (в) используйте теоретические сведения .

Для выполнения задания (г) рассмотрим пример.

$$y = \begin{cases} 2\mathbf{x}, \text{ если } x \le \mathbf{1} \\ \mathbf{2}, \text{ если } \mathbf{1} < x < \mathbf{3} \\ -\mathbf{x}+\mathbf{5}, \text{ если } x \ge \mathbf{3}. \end{cases}$$



Порядок выполнения отчёта по практической работе.

Выполнить задания.
2.Ответить на контрольные вопросы.
3.Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе.

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Ответы на вопросы.

Раздел 6. «Функции, их свойства и графики»
Тема 6.1 «Функции, их свойства и графики»

Практическая работа № 30
«Решение задач по теме: Свойства и графики синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Обратные функции и их графики»

Учебная цель: сформировать умение использования свойств и тригонометрических функций для исследования и построения графиков.

Образовательные результаты

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отчёт.

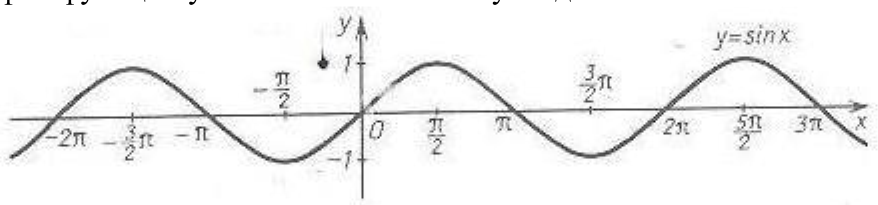
Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:
Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни) 10 – 11 класс – М., 2014.
Башмаков М.И. Математика (базовый уровень) 10, 11 классы – М., 2014.
Гусев В.А. Математика. М., 2012.
Раздаточные материалы: задания, методические указания к пр/р.
Калькулятор.
Тетрадь, ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Свойства и график функций y=sinx

График функции y=sinx называется синусоида



D(sin)=R
E(sin)=[-1; 1]
y=sin- нечетная функция
sin(-x)=-sin x
y=sinx- периодическая функция
sin(x+2П)=sin(x-2П)=sinx
4.sin=0, если x=0+Пn, n Є Z
5sin>0,если x Є (0+2πn; π+2π·n), n Є Z
sin<0,если x Є (π+2πn; 2π+2πn), n Є Z
y = sin x возрастает на промежутках
[- $\frac{\pi}{2}$ +2πn; $\frac{\pi}{2}$ +2πn;], n Є Z;

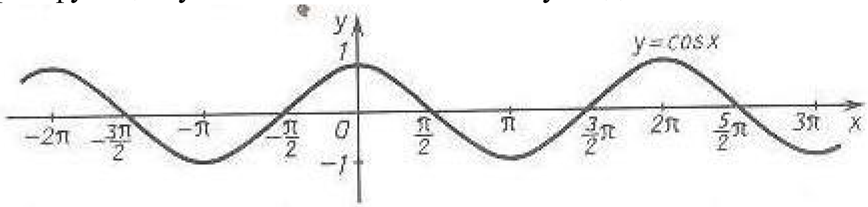
убывает на промежутках [$\frac{\pi}{2}$+2πn; $\frac{3\pi}{2}$ +2πn]

7. X max $\frac{\pi}{2}$+2πn, sin ($\frac{\pi}{2}$+2πn) = 1

X min = - $\frac{\pi}{2}$+2πn, sin (- $\frac{\pi}{2}$+2πn) = -1.

2.Свойства и график функции y = cos x

График функции y = cos x называется косинусоида.



D (cos) = R E

(cos) = [-1; 1]

y=cos x- чётная функция

cos (-x) = cos x

y=cos x- периодическая

cos (x+2П)=cos (x-2П)=cos x

4.cos x=0, если x=$\frac{\pi}{2}$ +П·n, nЄ Z

5.cos x>0,если x Є (- $\frac{\pi}{2}$ +2π·n; $\frac{\pi}{2}$ +2πn), n Є Z

cos x<0,если x Є ($\frac{\pi}{2}$ +2πn; $\frac{3\pi}{2}$ +2πn), n Є Z

y = cos x возрастает на промежутках

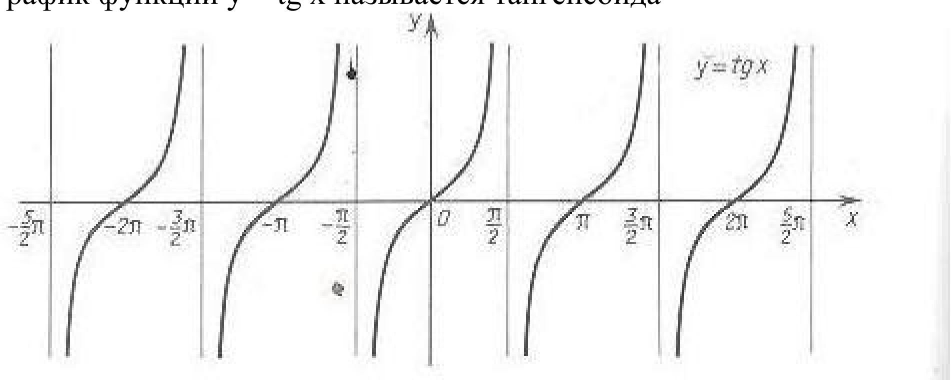
[- π +2πn; 0+2πn;], n Є Z ;

убывает на промежутках [0+2πn; π+2πn;], n Є Z ;

X max= 2π·n, cos (2πn) = 1

X min = π+2πn, cos(π+2πn) = -1.

3.График функции y = tg x называется тангенсоида



Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Определение синуса. График и свойства функции y=sinx.

Определение косинуса. График и свойства функции y=cosx.

Определение тангенса. График и свойства функции y=tgx

Понятие об обратной функции. Свойства графиков обратных функций.

Задания для практической работы.

Вариант Вариант

Постройте график функции

y = 1.5sinx y = cosx+2

найдите область определения и область значений.

Докажите, что Т является периодом функции f, если

f (x) = tg3x, $T = \frac{\pi}{3}$ f (x) = ctg $\frac{\pi}{3}$, T = 3π

Выведите формулу заданную функцию g(x), обратную к данной функции f(x)

Укажите область определения и область значений функции g

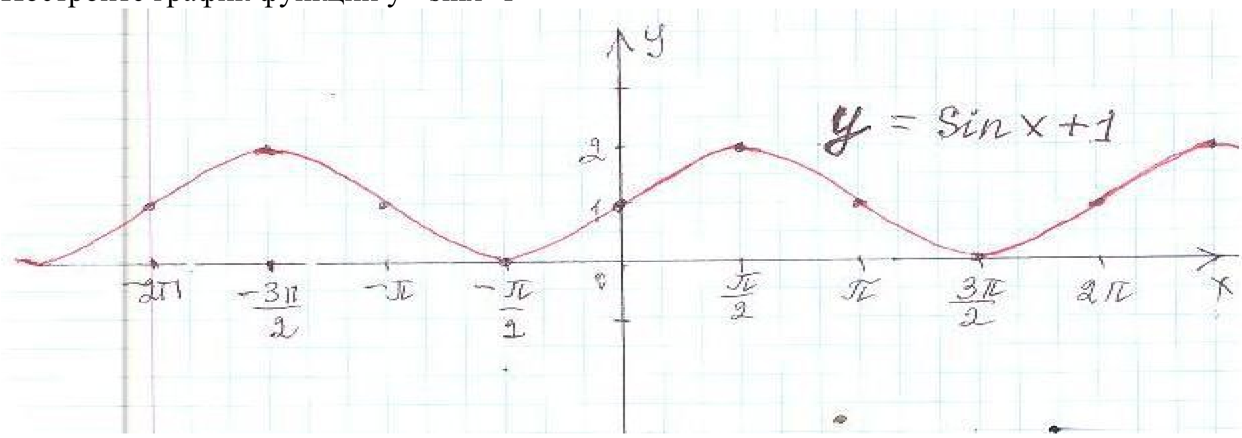
а) f(x) = 2x+1 а) f(x) = -2x+3

б) $f(x) = x^3$ б) $f(x) = x^2$

Инструкция по выполнению практической работы.

Для выполнения 1 задания рассмотрим пример.

Постройте график функции y= sinx+1



Для выполнения 2 задания рассмотрим пример.

Докажите, что Т является периодом функции f, если $f(x)=\sin\frac{x}{2}$, Т = 4П.

$f(x+T) = f(x+4П) = \sin(\frac{x}{2}+2П) = \sin x$.

Для выполнения 3 задания рассмотрим пример.

Вывести формулу, заданную функцию d(x), обратную данной функции f(x)

f(x)=3x+5

3x=f(x)-5

$x=\frac{f(x)-5}{3}$, переходим к новому обозначению: $d(x) = \frac{x-5}{3}$.

Порядок выполнения отчёта по практической работе.

Выполнить задания.

2.Ответить на контрольные вопросы.

3.Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе.

Раздел.

Тема.

Учебная цель.

Название практической работы.

Ответы на вопросы

Раздел 6 «Функции, их свойства и графики» Тема 6.2 «Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции»

Название практической работы № 31:
«Преобразования графика функции. Гармонические колебания. Прикладные задачи».

Учебная цель: сформировать умения по выполнению преобразований графиков функций.

Образовательные результаты

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

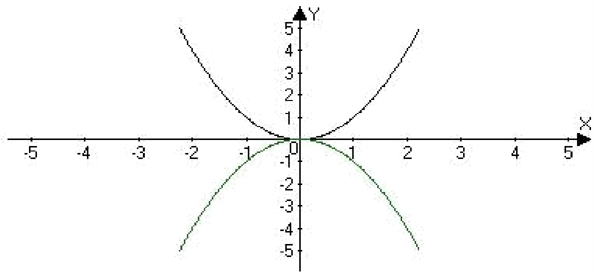
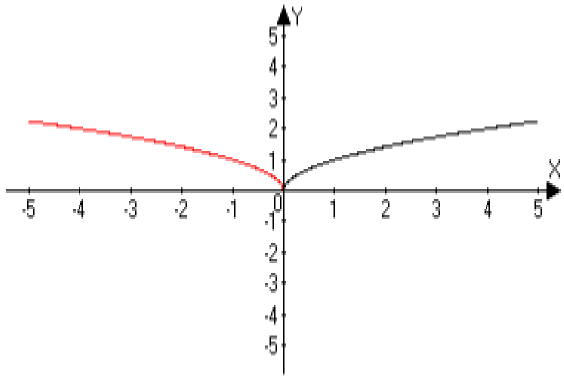
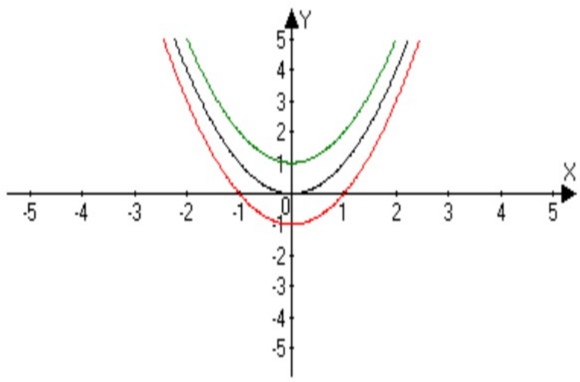
Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

Рабочая тетрадь в клетку.
Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты -20 штук.
Калькулятор простой.
Ручка.

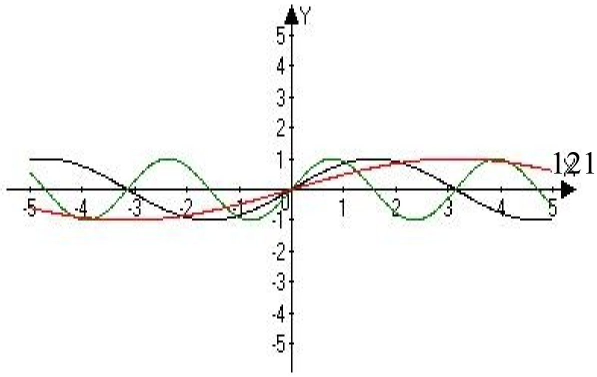
Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Геометрические преобразования графиков функции

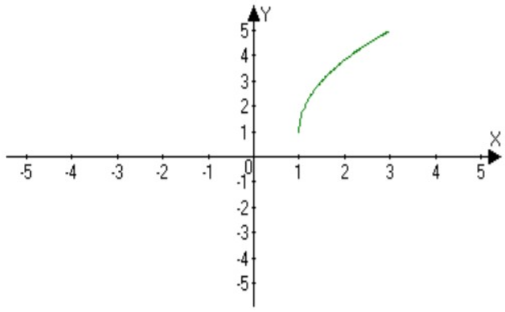
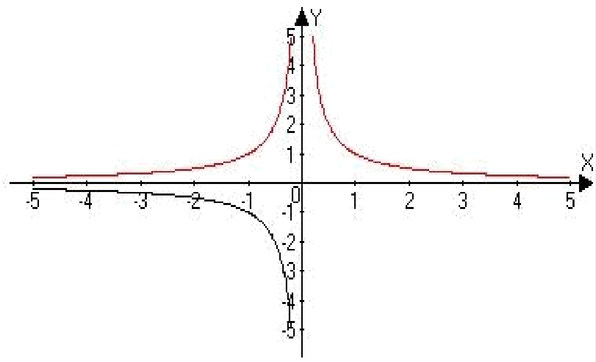
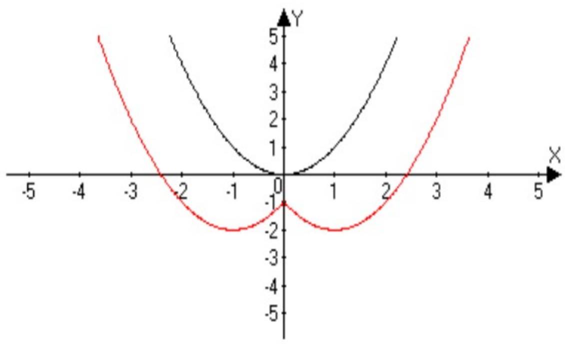
Простейшие преобразования графиков - это параллельный перенос, сжатие (растяжение) и различные виды симметрии.

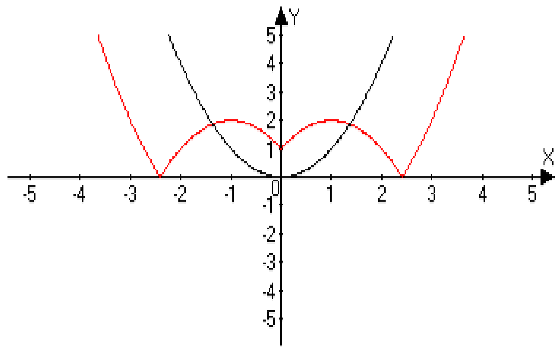
№	Функция	Преобразование	Графики
1	$y = -f(x)$	Сначала строим график функции $f(x)$, а затем симметрично отображаем его относительно оси OX.	$y = -(x^2)$ $y = x^2 \to -(x^2)$ 
2	$y = f(-x)$	Сначала строим график функции $f(x)$, а затем симметрично отображаем его относительно оси OY.	$y = \sqrt{(-x)}$ $y = \sqrt{x} \to \sqrt{(-x)}$ 
3	$y = f(x) + A$ A - $const$	Сначала строим график функции $f(x)$, а затем, если $A > 0$ поднимаем полученный график на A единиц вверх по оси OY. Если $A < 0$, то опускаем вниз.	$y = x^2 \to x^2 + 1$ $y = x^2 \to x^2 - 1$ 

4	$y = f(x - a)$	Сначала строим график функции $f(x)$, а затем, если $a > 0$, то график функции смещаем на a а единиц вправо, а если $a < 0$, то на a единиц влево. $"-" - \to$ $"+" - \leftarrow$	$y = x^2 \to (x+1)^2$ $y = x^2 \to (x-1)^2$
5	$y = kf(x)$ k - $const$ $k > 0$	Сначала строим график функции $f(x)$, а затем, если $k > 0$, то растягиваем полученный график в k раз вдоль оси OY. А если $0 < k < 1$, то сжимаем полученный график в $\frac{1}{k}$ раз вдоль оси OY.	$y = \sin x \to 2\sin x$ $y = \sin x \to S\sin x$
6, 7	$y = f(kx)$ k - $const$ $k > 0$ $y = Af(kx + a) + B$ A, k, a, B - $const$	Сначала строим график функции $f(x)$, а затем, если $k > 1$, то сжимаем полученный график в k раз вдоль оси OX. А если $0 < k < 1$, то растягиваем полученный график в $\frac{1}{k}$ раз вдоль оси OX. $k > 1 - \to\leftarrow$ $0 < k < 1 - \leftarrow\to$ $f(x) \to f(kx) \to$	$y = \sin x \to \sin 2x$ $y = \sin x \to \sin Sx$



Y
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4
-5
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
121

8		$f(k(x+\frac{a}{k}))\to A$ $f(k(x+\frac{a}{k}))\to B$	$y=2\sqrt{(2x-2)}+1$ $y=\sqrt{x}\to\sqrt{2x}\to\sqrt{2(x-1)}\to 2\sqrt{2(x-1)}\to$ $\to 2\sqrt{2(x-1)}+1$ 
9	$y=\lvert f(x)\rvert$	Сначала строим график функции $f(x)$, а затем часть графика, расположенную выше оси OX оставляем без изменения, а часть графика, расположенную ниже оси OX, заменяем симметричным отображением относительно OX.	$y=x^{-3}$ $y=x^{-3}\to\lvert x^{-3}\rvert$ 
	$y=f(\lvert x\rvert)$	Сначала строим график функции $f(x)$, а затем часть графика, расположенную правее оси ОУ, оставляем без изменения, а левую часть графика заменяем симметричным отображением правой относительно ОУ.	$y=(\lvert x\rvert-1)^2-2$ $y=x^2\to(x-1)^2\to(x-1)^2-2\to$ $\to(\lvert x\rvert-1)^2-2$ 

10	$= \left\|(x)\right\|\,\|$	$f(x) \to f(\|x\|) \to$ $f(\|x\|)\,\|\,\|$	$y = \|(\|x\| - 1)^2 - 2\|$ $= x^2 \to (x-1)^2 - (x-1)^2 \to 2 \to -1)^2 -$ $\to (\|x\| - 1)^2 - 2 \to (\|x\|\ 2$ 

Построение графиков тригонометрических функций с помощью тригонометрических преобразований.

Сжатие графика функции к оси ординат

Это случай когда АРГУМЕНТ функции умножен на число, больше единицы.

Правило: чтобы построить график функции $f(kx)$, где $k > 1$, нужно график функции $f(x)$ **сжать к оси** OY в k раз.

Правило: чтобы построить график функции $f(kx)$, где $0 < k < 1$, нужно график функции $f(x)$ **растянуть от оси** OY в $\frac{1}{k}$ раз.

Растяжение графика функции от оси ординат

Это противоположное действие, теперь баян не сжимается, а растягивается. Случай имеет место, когда АРГУМЕНТ функции умножается на число $0 < k < 1$.

Операции сжатия/растяжения графиков, разумеется, выполнимы не только для тригонометрических функций.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Какие простейшие преобразования графиков вы знаете?

Задания для практического занятия:

I Вариант II Вариант

1. Построить графики функций.

I Вариант	II Вариант
а) $y = \cos 2x$	а) $y = \cos\frac{x}{2}$
б) $y = tg\frac{x}{2}$	б) $y = tg2x$
в) $y = \cos x - 1$	в) $y = 2 + \sin x$
г) $y = \|\sin x\|$	г) $y = \|\cos x\|$

Найти все корни уравнения, принадлежащие отрезку [0; 3π] :

$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

3.Найти все решения неравенства, принадлежащие отрезку [0; 3π] :

$\sin x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\cos x > \frac{\sqrt{2}}{2}$

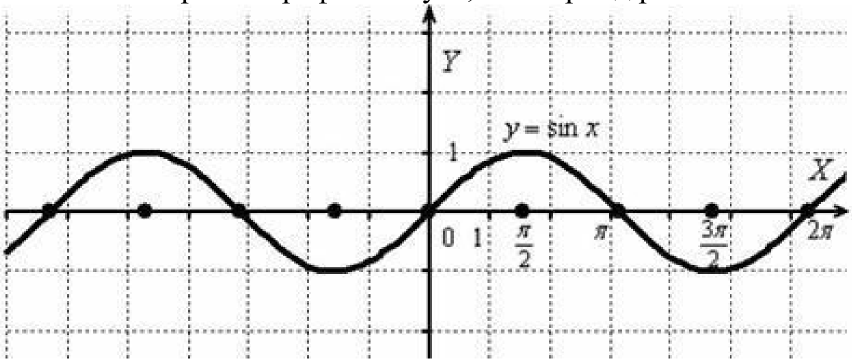
Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий рассмотрите примеры..

<u>Пример 1</u>

Построить график функции $y = \sin 2x$.

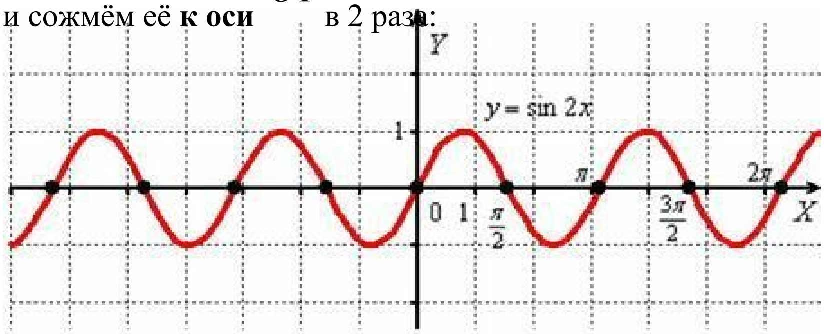
Сначала изобразим график синуса, его период равен $T = 2\pi$:



К слову, чертить графики тригонометрических функций вручную – занятие кропотливое, поскольку $\pi \approx 3{,}14$; $\frac{\pi}{2} \approx 1{,}57$; $2\pi \approx 6{,}28$ и т.д., то есть на стандартной клетчатой бумаге аккуратным нужно быть вплоть до миллиметра, даже до полумиллиметра.

Впрочем, многие с этим уже столкнулись.

Теперь поиграем на бесконечно длинном баяне. Мысленно возьмём синусоиду в руки и сожмём её **к оси** OY в 2 раза:



То есть, график функции $y = \sin 2x$ получается путём сжатия графика $y = \sin x$ к оси ординат в два раза. Логично, что период итоговой функции тоже уполовинился: $T = 2\pi$.

целях самоконтроля можно взять 2-3 значения «икс» и устно либо на черновике выполнить подстановку:

$$x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = \sin\frac{\pi}{2} = 1$$

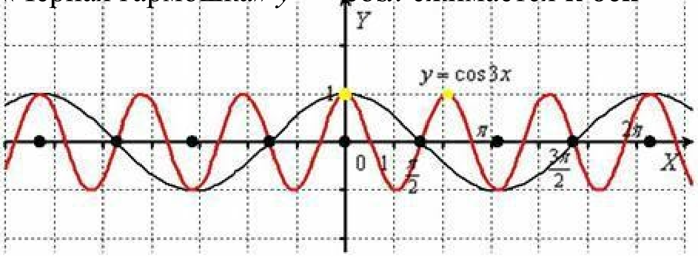
$$x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) = \sin \pi = 0$$

Смотрим на чертёж, и видим, что это действительно так.

Пример 2

Построить график функции $y = \cos 3x$

«Чёрная гармошка» $y = \cos x$ сжимается **к оси** OY в 3 раза:



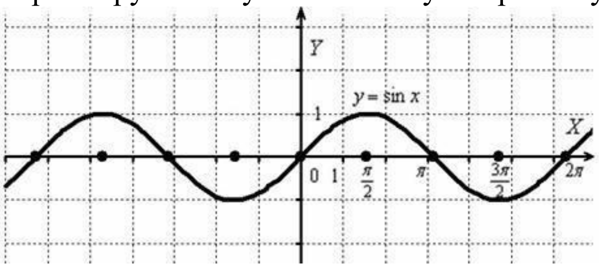
Итоговый график $y = \cos 3x$ проведён красным цветом.

Исходный период $T = 2\pi$ косинуса закономерно уменьшается в три раза: $T = \frac{2\pi}{3}$ (отграничен жёлтыми точками).

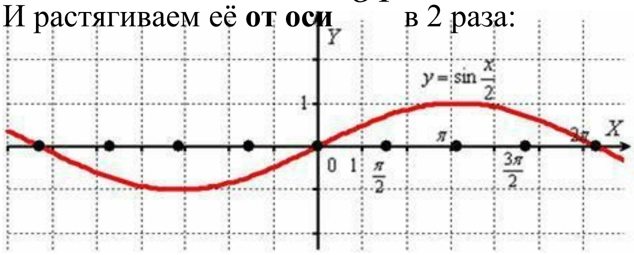
Пример 3

Построить график функции $y = \sin\frac{x}{2}$

Берём в руки нашу «бесконечную гармошку»:



И растягиваем её **от оси** OY в 2 раза:



То есть, график функции $y = \sin\frac{x}{2}$ получается путём **растяжения** графика $y = \sin x$ **от оси ординат** в два раза. Период итоговой функции увеличивается в 2 раза: $T = 2\pi \cdot 2 = 4\pi$, он толком даже не вместился на данный чертёж.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 3.

Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.

Тема.

Учебная цель.

Название практической работы.

Решения заданий практической работы.

Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 6 «Функции, их свойства и графики» Тема 6.2 «Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции»

Название практической работы № 32:
«Решение показательных, логарифмических уравнений и неравенств».

Учебная цель: сформировать умения по решению показательных, логарифмических уравнений и неравенств.

Образовательные результаты

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

Рабочая тетрадь в клетку.

Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты -20 штук.

Калькулятор простой.

Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

<u>Опр.</u>

Показательными уравнениями называются уравнения, в которых неизвестное содержится в показателе степени.

Простейшие уравнения, т.е. такие, левую и правую части которых можно привести к одному основанию решаются так:

$5^x = 625 \Rightarrow 5^x = 5^4 \Rightarrow x = 4.$ *Ответ*:$x=4$

Уравнения вида $2^x + 2^{x-1} - 2^{x-3} = 4$ решаются вынесением за скобки степени с наименьшим показателем.

3) Уравнения, вида $7^{2x} - 48 \cdot 7^x = 49$ решаются с помощью подстановки $a^x = y$, сводится к квадратному.

При решения уравнения вида $a^x = b^x$ обе части уравнения необходимо разделить на b^x, т.к. $b^x \neq 0$

$$\frac{a^x}{b^x} = 1 \Rightarrow \left(\frac{a}{b}\right)^x = 1 \Rightarrow x = 0.$$

Опр.

Уравнения, содержащие неизвестное под знаком логарифма, называются логарифмическими.

Такие уравнения решаются с помощью определения логарифма, теорем о логарифмах и утверждения, что если положительные числа равны, то и равны их логарифмы при данном основании и обратно, если логарифмы чисел равны, то равны и соответствующие им числа. Во всех случаях полученные решения необходимо проверить подстановкой их в данное уравнение и исключить посторонний корень. Часто используется формула перехода от одного основания к другому $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

Решение показательных неравенств сводится к решению простейших неравенств вида $a^x > a^b$ или $a^x < a^b$

Если $a > 1$ и $a^x > a^b$, то $x > b$

Если $0 < a < 1$ и $a^x > a^b$, то $x < b$.

При решении простейших логарифмических неравенств типа $\log_a x \quad \log_a b$ необходимо использовать следующее правило:

Если $a > 1$, то знак неравенства не меняется, т.е. $x > b$

Если $0 < a < 1$, то знак неравенства меняется на противоположный, т.е. $x < b$.

При решении логарифмических неравенств необходимо проверить, входит ли полученное решение в область определения неравенства.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Какие уравнения называются показательными?
Какие неравенства называются показательными?
Какие уравнения называются логарифмическими?
Какие неравенства называются логарифмическими?

Задания для практического занятия:

I Вариант	II Вариант
Решить показательные уравнения:	
а) $0{,}5^{x+7} \cdot 0{,}5^{1-2x} = 2$;	а) $6^{3x} \cdot \frac{1}{6} = 6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{2x}$
б) $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} = 63$;	б) $2^{3x+2} - 2^{3x-2} = 30$
в) $9^x - 7 \cdot 3^x - 18 = 0$	в) $4 \cdot 2^x - 5 \cdot 2^x + 1 = 0$
2. Решить логарифмические уравнения:	
а) $\log_5 (2x - 1) = \log_5 25$	а) $\lg(x^2 - 2) = \lg x$

б) $\lg(3x-1)-\lg(x+5)=\lg 5$ б) $\log_3(x-2)+\log_3(x+6)=2$

3. Решить графически уравнение:

$\log_{\frac{1}{3}} x = 3x$ $2^x = 3x - 2$

4.Решить показательные неравенства:

а) $5^{x-2} > 25$; а) $5^{\frac{x}{2}} > \frac{1}{25}$

б) $5^{3x+1} - 5^{3x-3} \le 624$; б) $2^{x-1} + 2^{x+3} > 17$

в) $4^x - 2^x < 12$ в) $3 \cdot 9^x + 11 \cdot 3^x < 4$

5.Решить логарифмические неравенства:

а) $\log_2(x-5) \le 2$ а) $\log_3(7-x) > 1$

б) $\lg(x^2+2x+2) < 1$ б) $\log_3(x^2+7x-5) > 1$

6.Решить графически неравенство:

а) $\sqrt{x} > x-2$; а) $\sqrt{x} \le x-2$;

б) $\left(\frac{1}{2}\right)^x < x - \frac{1}{2}$ б) $3^x > -\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}$

Инструкция по выполнению практической работы

<u>Пример1.</u> Решить уравнение: $5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0$

Решение:

$5^x = y$,

$5y^2 - 26y + 5 = 0$,

$D = 676 - 4 \cdot 25 = 576$,

$y_1 = 5$, $y_2 = \frac{1}{5}$

$5^x = 5$

$x = 1$,

$5^x = \frac{1}{5}$

Ответ: $x = 1$ и $x = -1$

<u>Пример2.</u> Решить уравнение: $\log_2(x+1) + \log_2(x+3) = 3$.

Решение.

$\log_2((x+1)(x+3)) = \log_2 2^3$,

$(x+1)(x+3) = 8$,

$x^2 + 3x + x + 3 - 8 = 0$,

$x^2 + 4x - 5 = 0$.

$=16 - 4 \cdot 1 \cdot (-5) = 16 + 20 = 36$.

$x_1 = \frac{-4 + 6}{2} = \frac{2}{2} = 1$,

$x_2 = \frac{-4 - 6}{2} = \frac{-10}{2} = 5$.

Проверка:

$x_1 = 1.$

$\log_2(1+1)+\log_2(1+3)=3,$

$\log_2 2+\log_2 4=3,$

$\log_2(2\cdot 4)=3,$

$\log_2 8=3,$

$3=3$

Ответ:3.

Пример 3. Решить уравнение: $\log_2(1-x)=3-\log_2(3-x).$

Решение.

$\log_2(1-x)=3-\log_2(3-x),$

$\log_2(1-x)+\log_2(3-x)=3,$

$\log_2((1-x)(3-x))=\log_2 2^3,$

$\log_2((1-x)(3-x))=\log_2 8,$

$(1-x)(3-x))=8,$

$3-x-3x+x^2-8=0,$

$x^2-4x-5=0.$

$=16-4\cdot 1\cdot(-5)=16+20=36.$

$x_1=\frac{4+6}{2}=\frac{10}{2}=5,$

$x_2=\frac{4-6}{2}=\frac{-2}{2}=-1.$

Проверка:

$x_1=5$ - *не является корнем,*

т.к. $D(\log_2 x)=R_+.$

$x_2=-1$

т.к. $D(\log_2 x)=R_+.$

Ответ: нет корней.

Пример 4. Решить уравнение: $\lg(2x^2-4x+12)=\lg x+\lg(x+3).$

Решение.

$\lg(2x^2-4x+12)=\lg(x\cdot(x+3)),$

$\lg(2x^2-4x+12)=\lg(x^2+3x),$

$2x^2-4x+12=x^2+3x,$

$2x^2-4x+12-x^2-3x=0,$

$x^2-7x+12=0.$

$=49-4\cdot 1\cdot 12=49-48=1.$ $x_1=\frac{7+1}{2}=\frac{8}{2}=4,$

$x_2=\frac{7-1}{2}=\frac{6}{2}=3.$

Проверка.

$x_1 = 4.$

$\lg(2 \cdot 4^2 - 4 \cdot 4 + 12) = \lg 4 + \lg(4 + 3),$

$\lg 28 = \lg(4 \cdot 7),$

$\lg 28 = \lg 28,$

$28 = 28.$

$x_1 = 3.$

$\lg(2 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + 12) = \lg 3 + \lg(3 + 3),$

$\lg 18 = \lg(3 \cdot 6),$

$\lg 18 = \lg 18,$

$18 = 18.$

<u>Пример5.</u> Решить уравнение: $\log_7(3x + 4) = \log_7(5x + 8)$.

Решение.

$3x + 4 = 5x + 8,$

$3x - 5x = -4 + 8,$

$-2x = 4,$

x 2.

Проверка.

$x = -2$ -

не является корнем,

т.к. $D(\log_2 x) = R_+$.

Ответ: нет корней.

<u>Пример 6.</u> Решить неравенство $\left(\sqrt{5}\right)^{4-x} \geq \frac{1}{125}$

<u>Решение</u>

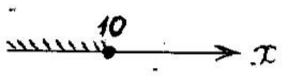
$5^{\frac{4-x}{2}} \geq 5^{-3},$

$\frac{4-x}{2} \geq -3,$

$4 - x \geq -6,$

$-x \geq -10,$

$x \leq 10.$



$\in (-\infty; 10].$

<u>Ответ:</u> $(-\infty; 10].$

<u>Пример 7.</u> Решить неравенство $64^x + 2 \cdot 8^x - 24 \leq 0.$

<u>Решение</u>

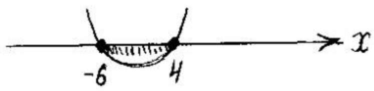
Пусть $8^x = y, y > 0$, тогда неравенство примет вид:

$y^2 + 2y - 24 \le 0$

$= 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-24) = 4 + 96 = 100.$

$y_1 = \dfrac{-2 + 10}{2} = \dfrac{8}{2} = 4,$

$y_1 = \dfrac{-2 - 10}{2} = \dfrac{-12}{2} = -6,$



но по условию $y > 0$, поэтому получаем $0 \le 8^x \le 4$

$8^x \le 4;$

$2^{3x} \le 2^2;$

$3x \le 2$

$x \le \dfrac{2}{3}.$

<u>Ответ:</u> $x \le \frac{2}{3}$

<u>Пример 8</u>. Решите неравенство $\log_2(x-3) + \log_2(x-2) \le 1.$

<u>Решение.</u>

$\log_2((x-3)(x-2)) \le \log_2 2^1.$

Логарифмическая функция $y = \log_2 t$ - возрастает, т.к. $a = 2 > 1$ и $D(\log_2 t) > 0$, поэтому:

$$\begin{cases} (x-3)(x-2) \le 2, \\ x - 3 > 0, \\ x - 2 > 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 2x - 3x + 6 - 2 \le 0, \\ x > 3, \\ x > 2; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 5x + 4 \le 0, \\ x > 3, \\ x > 2. \end{cases}$$

$x^2 - 5x + 4 \le 0,$

$x^2 - 5x + 4 = 0.$

$= 25-4\cdot 1\cdot 4 = 25-16 = 9.$

$x_1 = \frac{5+3}{2} = \frac{8}{2} = 4,$

$x_2 = \frac{5-3}{2} = \frac{2}{2} = 1.$

$$\begin{cases} 1 \le x \le 4, \\ x > 3, \\ x > 2. \end{cases}$$

<u>*Ответ:*</u> $(3;4]$.

<u>Пример 9</u>. Решите неравенство $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x - 8) \ge -4.$

Решение.

$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x - 8) \ge \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-4},$

$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 2x - 8) \ge \log_{\frac{1}{2}} 16.$

Логарифмическая функция $y = \log_{\frac{1}{2}} t$ - убывает, т.к. $a = \frac{1}{2} < 1$ и $D(\log_{\frac{1}{2}} t) > 0$, поэтому:

$$\begin{cases} x^2 + 2x - 8 \le 16, \\ x^2 + 2x - 8 > 0. \end{cases}$$

$x^2 + 2x - 8 \le 16,$

$x^2 + 2x - 8 - 16 \le 0,$

$x^2 + 2x - 24 \le 0,$

$x^2 + 2x - 24 = 0.$

$D = 4-4\cdot 1\cdot(-24) = 4+96 = 100.$

$x_1 = \frac{-2+10}{2} = \frac{8}{2} = 4,$

$x_2 = \frac{-2-10}{2} = \frac{-12}{2} = -6.$

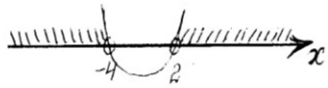
$x^2 + 2x - 8 > 0,$

$x^2 + 2x - 8 = 0.$

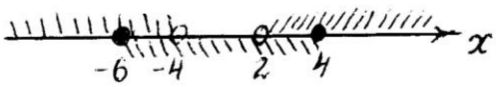
$D = 4-4\cdot 1\cdot(-8) = 4+32=36.$

$x_1 = \frac{-2+6}{2} = \frac{4}{2} = 2,$

$x_2 = \frac{-2-6}{2} = \frac{-8}{2} = -4.$



$x \in [-6;4]$ $x \in (-4;2)$



$x \in [-6;-4) \cup (2;4]$

Ответ: $[-6;-4) \cup (2;4]$.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 6.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 6 «Функции, их свойства и графики» Тема 6.2 «Степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции. Обратные тригонометрические функции»

Название практической работы № 33:
«Решение тригонометрических уравнений и неравенств».

Учебная цель: сформировать умения по решению тригонометрических уравнений и неравенств.

Образовательные результаты

владение стандартными приемами решения тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.. Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

2.. Рабочая тетрадь в клетку.

Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты -20 штук.

Калькулятор простой.

Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Тригонометрическими уравнениями называют уравнения, в которых переменная содержится под знаком тригонометрических функций. К их числу относятся простейшие тригонометрические уравнения, т. е. уравнения вида:

$\sin x = a$, $\cos x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, где a — действительное число.

если $|a| < 1$, то решения уравнения $\cos x = a$ имеют вид x

$= \pm\arccos a + 2\pi n;\ n \in Z.$

если $|a| < 1$, то решения уравнения $\sin x = a$ имеют вид x

$= (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ n \in Z.$;

3) если $|a| > 1$, то уравнения $\cos x = a$, $\sin x = a$ не имеют решений;

решения уравнения tg x = a для любого значения a имеют вид x = arctg $a + \pi n$;

частные случаи:

$\sin x = 0$, $x = \pi n$; $n \in Z$.

$\sin x = 1$, $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $n \in Z$.

$\sin x = -1$, $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $n \in Z$.

$\cos x = 0$, $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$; $n \in Z$.

$\cos x = 1$, $x = 2\pi n$; $n \in Z$.

$\cos x = -1$, $x = \pi + 2\pi n$. $n \in Z$.

Для решения тригонометрических уравнений чаще всего используются два метода: метод сведения тригонометрического уравнения к алгебраическому и разложение на множители.

Метод введения новой переменной применяется при решении тригонометрических уравнений в тех случаях, когда путем замены тригонометрического выражения на новую переменную уравнение удаётся свести к алгебраическому.

При решении уравнений методом разложения на множители кроме общепринятых способов разложения на множители, таких как вынесение за скобки общего множителя, способ группировки, применение формул сокращённого умножения и т.п., при решении тригонометрических уравнений также используются формулы преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и другие. В результате удаётся привести исходное выражение к виду, удобному для разложения на множители.

Решение тригонометрических уравнений методом понижения степени.

Если в формуле $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ заменить $\sin^2 x$ на $1 - \cos^2 x$, получим

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = \cos^2 x - (1 - \cos^2 x) = 2\cos^2 x - 1$

Таким образом, $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$, значит,

$$\cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

Если в формуле $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ заменить $\cos^2 x$ на $1 - \sin^2 x$, получим

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = (1 - \sin^2 x) - \sin^2 x = 1 - 2\sin^2 x$

Таким образом, $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ значит,

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}$$

Полученные две формулы называют **формулами понижения степени.**

К формулам понижения степени относятся и формулы:

$$\sin^3 x = \frac{3\sin x - \sin 3x}{4}$$

$$\cos^3 x = \frac{3\cos x + \cos 3x}{4}$$

При решении уравнений методом понижения степени, необходимо знать формулы преобразования сумм тригонометрических функций в произведение.

Решение однородных тригонометрических уравнений.

Уравнения вида $a\sin x + b\cos x = 0$, $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$ $a\sin^3 x + b\sin^2 x\cos x + c\sin x\cos^2 x + d\cos^3 x = 0$ и т.д. являются **однородными относительно** sin x и cos x. Сумма показателей степеней в каждом слагаемом при sin x и cos x у таких уравнений одинакова, и она, называется **степенью уравнения.** Метод решения уравнений такого вида состоит в делении левой и правой частей на $\cos^n x \neq 0$ и получении целого уравнения n-ой степени относительно tg x.

Отметим, что полученное уравнение равносильно исходному, т.к. $\cos^n x \neq 0$ ограничение не приводит к потере корней. Действительно, если предположить, что cos x = 0, то из исходного уравнения следует, что и sin x = 0. что противоречит основному тригонометрическому тождеству.

Уравнение вида $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = z$ $\{z\neq 0\}$ *не является однородным,* но его можно свести к однородному, представив правую часть в виде z = z (sin x + $\cos^2$ x). Однако при его решении возможна потеря корней в результате деления на $\cos^2$ x.

Практические советы.

При решении уравнений общими методами необходимо знать формулы:

1) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$;

2) $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$;

3) $\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$;

4) $\operatorname{ctg} x = \frac{1}{\operatorname{tg} x}$;

5) $1+\operatorname{tg}_2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$;

6) $1+\operatorname{ctg}_2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$;

7) $1 + \cos 2x = 2\cos^2 x$;

8) $1 - \cos 2x = 2\sin^2 x$;

9) $\operatorname{tg} 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$;

10) $\sin 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$;

$\cos 2x = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$;

$\sin 2x = 2\sin x\cos x$;

$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$, или $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$, или $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$;

Формулы приведения;

Опр.

Неравенства, содержащие переменную под знаком тригонометрической функции, называются тригонометрическими.
При решении тригонометрических неравенств используют единичную окружность.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Какие уравнения называются тригонометрическими?
Какие методы решения тригонометрических уравнений вы знаете?

Задания для практического занятия:

Решите уравнения:

I Вариант

1) $\sin 3x = \frac{1}{2}$;

2) $\cos\frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3) $2\sin^2 x - 7\cos x - 5 = 0$;

4) $\sin x - 2\cos x = 0$

5) $3\sin^2 x - 7\sin x \cdot \cos x + 2\cos^2 x = 0$

II Вариант

1) $\cos 3x = \frac{1}{2}$;

2) $\sin\frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;

3) $4\sin^2 x - \cos x - 1 = 0$

4) $4\sin x + \cos x = 0$

5) $3\sin^2 x + \sin x \cdot \cos x - 2\cos^2 x = 0$

Решить неравенства:

I Вариант

1) $\cos x < \frac{\sqrt{3}}{2}$;

2) $\cos x \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\sin x \leq \frac{1}{2}$;

4) $\sin x > -\sqrt{3}$

5) $\sin 3x > -\frac{1}{2}$

II Вариант

1) $\cos x > \frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $\cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

3) $\sin x \geq \frac{1}{2}$

4) $\sin x < -\sqrt{3}$

5) $\sin 3x < -\frac{1}{2}$

Инструкция по выполнению практической работы

Примеры. Решить уравнения.

1) $\cos 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$2\sin^2 x - 7\cos x - 5 = 0.$

Решение.

$2(1 - \cos^2 x) - 7\cos x - 5 = 0,$

$$2\cos^2 x + 7\cos x + 3 = 0,$$

$\cos x = y$,

$2y^2+7y+3=0$,

$y_1 = -3$, $y_2 = -\frac{1}{2}$.

$\cos x = -3 < -1$, x — не имеет решения;

2) $\cos x = -\frac{1}{2}$, $x = \pm\frac{2}{3}\pi + 2\pi k$, $k \in Z$.

Ответ: $x = \pm\frac{2}{3}\pi + 2\pi k$, $k \in Z$.

4) $\cos 2x + 3 \sin x = 2$.

Решение.

$1 - 2\sin^2 x + 3\sin x = 2$,

$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0$,

$\sin x = y$,

$2y^2 - 3y + 1 = 0$,

$y_1 = \frac{1}{2}$, $y_2 = 1$.

1) $\sin x = \frac{1}{2}$, $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $n \in Z$;

2) $\sin x = 1$, $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in Z$.

Ответ: $x = (-1)^n \frac{\pi}{6} + \pi n$, $\frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $n,k \in Z$.

5) $2\cos^2 3x + \sin 3x - 1 = 0$.

Решение.

$2(1 - \sin^2 3x) + \sin 3x - 1 = 0$,

$2\sin^2 3x - \sin 3x - 1 = 0$,

$\sin 3x = y$,

$2y^2 - y - 1 = 0$,

$y_1 = 1$, $y^2 = -\frac{1}{2}$

$\sin 3x = 1$,

$3x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in Z$;

$x = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{3}\pi k$, $k \in Z$;

$= \frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}\pi k, k \in Z;$

2) $\sin 3x = -\frac{1}{2}$,

$= (-1)^{n+1} \frac{\pi}{18} + \frac{\pi}{3} n, n \in Z.$

Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}\pi k, k \in Z;$, $x = (-1)^{n+1} \frac{\pi}{18} + \frac{\pi}{3} n, n \in Z.$

Пример: Решите уравнение методом понижения степени.

$2\cos^2 2x + \cos 10x - 1 = 0$

Решение.

$1 + \cos 4x + \cos 10x - 1 = 0$,

$\cos 4x + \cos 10x = 0$,

$2\cos 7x \cos 3x = 0$,

1) $\cos 3x = 0$, или 2) $\cos 7x = 0$

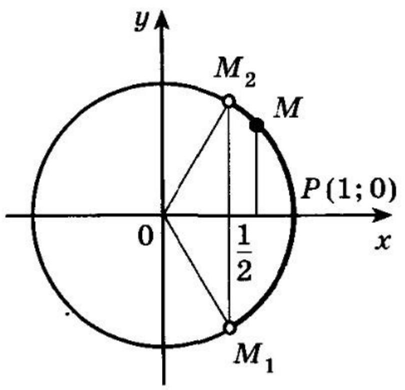
$3x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$, $\quad 7x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

$x = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{3} + \pi n \cdot \frac{1}{3}, n \in Z$, $\quad x = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{7} + \pi n \cdot \frac{1}{7}, n \in Z$

$x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$. $\quad x = \frac{\pi}{14} + \frac{\pi n}{7}, n \in Z$

Ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{3}, n \in Z$; $x = \frac{\pi}{14} + \frac{\pi n}{7}, n \in Z$.

Пример. Решить неравенство $\cos x > \frac{1}{2}$



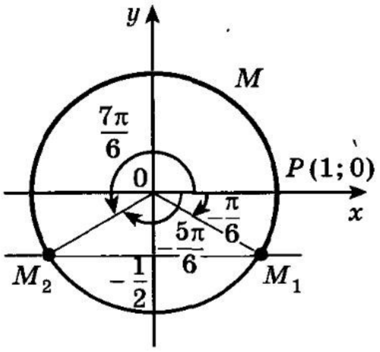
По определению cos x – это абсцисса точки единичной окружности. Абсциссу, равную $\frac{1}{2}$, имеют две точки единичной окружности M_1 и M_2. Абсциссу, большую $\frac{1}{2}$ имеют все точки M дуги единичной окружности, лежащие правее прямой M_1M_2. Таким образом, решениями неравенства $\cos x > \frac{1}{2}$ являются все числа x из промежутка $-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3}$.

Все решения данного неравенства – множество интервалов

$$\frac{\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$$

<u>*Ответ:*</u> $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n < x < \frac{\pi}{3} + 2\pi n,\ n \in Z$

<u>Пример.</u> Решить неравенство $\sin x \geq -\frac{1}{2}$.



Ординату, не меньшую $-\frac{1}{2}$, имеют все точки дуги M_1MM_2 единичной окружности.

Поэтому решениями неравенства $\sin x \geq -\frac{1}{2}$ являются числа x, принадлежащие промежутку $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{7\pi}{6}$. Все решения данного неравенства – множество отрезков

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi n \leq x \leq \frac{7\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z.$$

Отметим, что все точки окружности, лежащие ниже прямой M_1M_2 имеют ординату, меньшую $-\frac{1}{2}$. Поэтому все числа $x \in \left(-\frac{5\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}\right)$ являются решениями неравенства $\sin x < -\frac{1}{2}$. Все решения этого неравенства – интервалы $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n; -\frac{\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in Z$.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 2.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 7 «Многогранники и круглые тела»
Тема 7.1 «Многогранники»

Название практической работы № 34:
«Решение задач по теме: «Различные виды многогранников. Их изображения. Сечения, развертки многогранников»»

Учебная цель: сформировать умения по решению задач по теме: «Различные виды многогранников. Их изображения. Сечения, развертки многогранников»

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

Рабочая тетрадь в клетку.

Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты -20 штук.

Калькулятор простой.

Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Призма - это многогранник, две грани которого являются равными многоугольниками, находящимися в параллельных плоскостях, а остальные грани - параллелограммами.

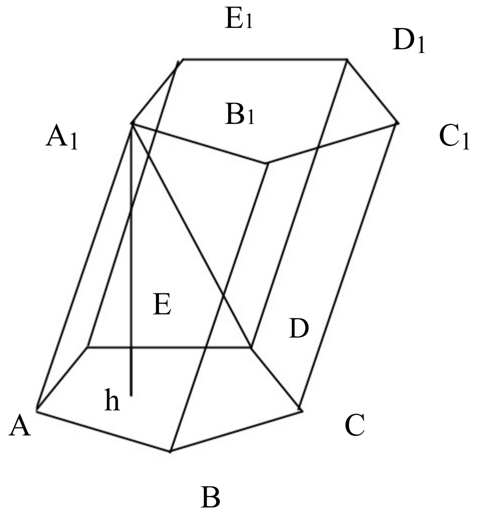
Грани, которые находятся в параллельных плоскостях, называются основаниями призмы, а остальные грани - боковыми гранями призмы.

При изображении пространственных фигур необходимо соблюдать следующие требования.

Изображение должно быть наглядным. Призму надо изображать так, чтобы наибольшее число её граней были видимыми, чтобы не сливались рёбра.

Изображение должно быть простым, т.е. не должно содержать каких-либо построений, не имеющих прямого отношения к решению задачи. Видимые линии должны иметь наибольшую толщину, невидимые – изображать штриховыми линиями.

Выполнение чертежа призмы удобно начинать с верхнего основания, т.к. в верхнем основании все линии видимые, боковые рёбра изображаются в виде параллельных и равных отрезков.



ABCDE A_1 B_1 C_1 D_1 – наклонная призма.

ABCDE и A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 - основания призмы

ABB_1 A_1 … - боковые грани

(параллелограммы) AA_1 , BB_1 , … - боковые рёбра h - высота призмы

A_1 D – диагональ призмы

При изображении пространственных фигур необходимо соблюдать следующие требования.

Изображение должно быть наглядным. Пирамиду надо изображать так, чтобы наибольшее число её граней были видимыми, чтобы не сливались рёбра.

Изображение должно быть простым, т.е. не должно содержать каких-либо построений, не имеющих прямого отношения к решению задачи. Видимые линии должны иметь наибольшую толщину, невидимые – изображать штриховыми линиями.

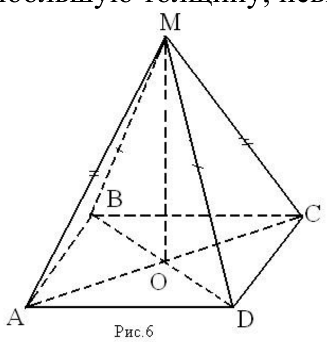


Рис.6

MABCD – четырёхугольная пирамида

– вершина пирамиды,

ABCD - основание,

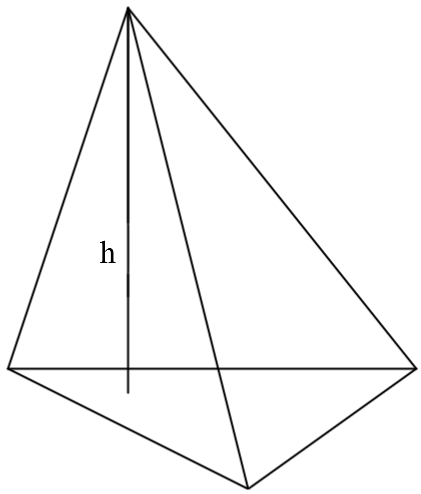
MAB, MBC, MCD, MAD – боковые грани

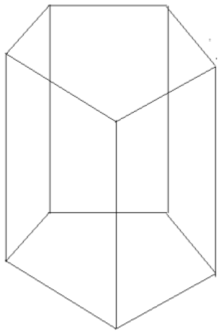
MA, MB, MC, MD - боковые рёбра

MO - высота

Пирамида называется *правильной*, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.

Все боковые рёбра правильной пирамиды равны, а боковые грани являются равными равнобедренными треугольниками.





Если боковые рёбра призмы перпендикулярны к основаниям, то призма является *прямой*. Высота прямой призмы равна её боковому ребру.

Прямая призма называется *правильной*, если её основания – правильные многоугольники. У такой призмы все боковые грани – равные прямоугольники.

Для решения задач на построение сечений многогранника, надо знать основные понятия.

<u>Опр.</u>

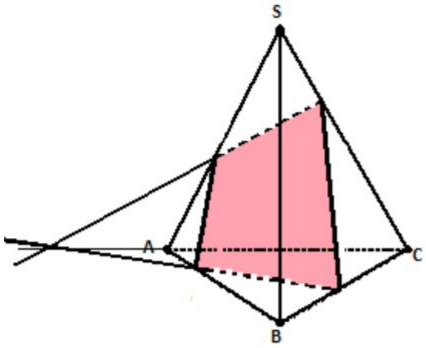
Секущей плоскостью называется любая плоскость, по обе стороны от которой имеются точки данного многогранника.

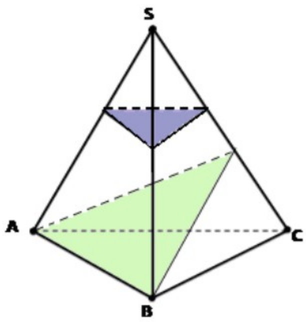
Секущая плоскость пересекает грани многогранника по отрезкам.

<u>Опр.</u>

Многогранник, сторонами которого являются эти отрезки, называется сечением многогранника.

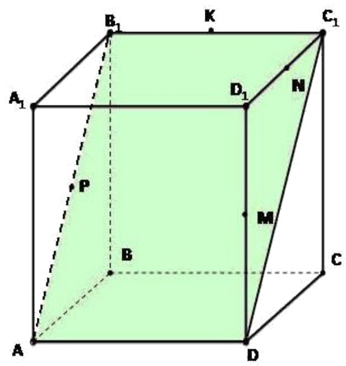
Так как *тетраэдр* имеет 4 грани, то его сечениями могут быть только треугольники и четырехугольники.

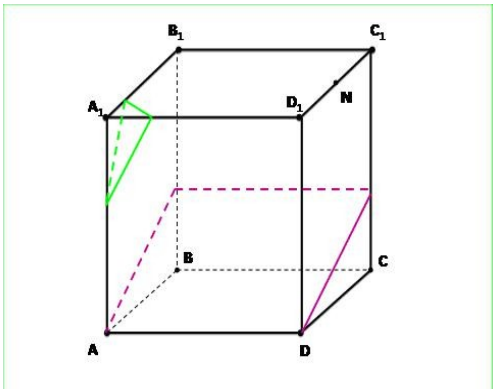


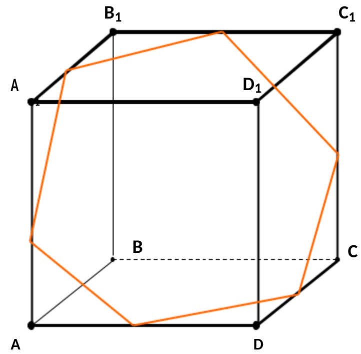


Параллелепипед имеет 6 граней. Его сечениями могут быть треугольники, четырёхугольники, пятиугольники и шестиугольники.

При построении сечений параллелепипеда следует учитывать тот факт, что если секущая плоскость пересекает две противоположные грани по каким-то отрезкам, то эти отрезки параллельны.







Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Что называется призмой?
Что называется пирамидой?
Какая плоскость называется секущей?

Задания для практического занятия:

Вариант

Сторона основания правильной четырёхугольной призмы равна a, а диагональ призмы образует с плоскостью основания угол 45°. Найти:

а) диагональ призмы;

б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через сторону нижнего основания и противоположную сторону верхнего основания.

В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна $\boldsymbol{a}$, высота $\boldsymbol{h}$. Найти плоский угол при вершине пирамиды, угол между боковой гранью и плоскостью основания.

В правильной треугольной пирамиде сторона основания равна $\boldsymbol{a}$, а высота равна $\boldsymbol{h}$. Найдите боковое ребро пирамиды, угол между боковым ребром и плоскостью основания пирамиды.

Дан тетраэдр DABC. Точка М – середина ребра AD. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через т.М и параллельно грани ABC. Найти периметр сечения, если ребро тетраэдра равна $\boldsymbol{a}$.

Вариант

Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна *а* и образует с плоскостью основания угол в 30º. Найти: а) сторону основания призмы, б) площадь сечения призмы плоскостью, проходящей
через диагонали основания призмы.

2) В правильной четырёхугольной пирамиде сторона основания равна ***а***, плоский угол при вершине равен ***α***. Найти боковое ребро пирамиды.

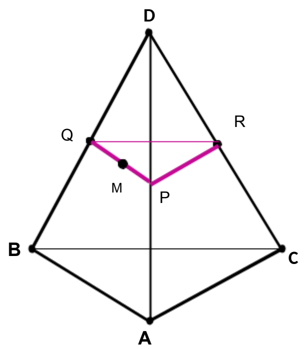
Дан тетраэдр DABC. Точка М – середина ребра АВ. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через т.М и параллельно грани DBC. Найти периметр сечения, если ребро тетраэдра равно ***а***.

Инструкция по выполнению практической работы

<u>Задача</u>

Точка М лежит на боковой грани ADB. Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку М и параллельно основанию АВС.

<u>Решение</u>



- секущая плоскость.

$$т.к.\quad \alpha \parallel (ABC) \Rightarrow \alpha \parallel AB,\ \alpha \parallel BC,\ \alpha \parallel CA \quad \alpha \begin{cases} \cap (ABD) = QP,\ QP \parallel AB \\ \cap (BDC) = QR,\ QR \parallel BC \\ \cap (ADC) = PR,\ PR \parallel AC \end{cases}$$

Отсюда вытекает следующий *способ построения искомого сечения*.

Проведём через точку М прямую, параллельную отрезку АВ, и обозначим буквами Р и Q точки пересечения этой прямой с боковыми рёбрами DA и DB. Затем через точку Р проведём прямую, параллельную отрезку АС, и обозначим буквой R точку пересечения этой прямой с ребром DC. Треугольник PQR – искомое сечение.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 2.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 7 «Многогранники и круглые тела»
Тема 7.1 «Многогранники»

Название практической работы № 35:
«Решение задач по теме: «Площадь поверхности»».

Учебная цель: сформировать умения по решению задач по теме: «Решение задач по теме: «Площадь поверхности»».

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

Рабочая тетрадь в клетку.

Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты -20 штук.

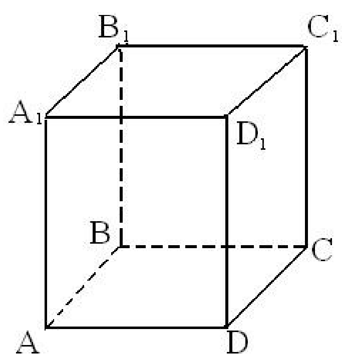
Калькулятор простой.

5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

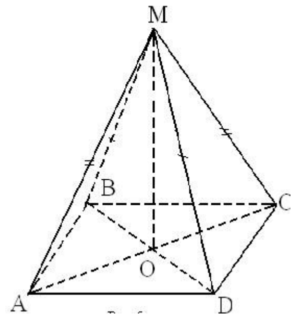
Площадь поверхности многогранника находится как сумма площадей всех его граней.

Площадь поверхности призмы равна $S_{пр.} = S_{бок.} + 2S_{осн.}$



Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту.

Площадь поверхности пирамиды: $S_{пир} = S_{бок.} + S_{осн.}$



Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

По какой формуле находится площадь полной поверхности призмы?
По какой формуле находится площадь полной поверхности пирамиды?

Задания для практического занятия:

Вариант

Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетами 6 и 8 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наибольшая боковая грань - квадрат.

Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды равно 4 см и образует с плоскостью основания пирамиды угол 45°.

а) Найдите высоту пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

Ребро правильного тетраэдра DABC равно a. Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середину ребра DA параллельно плоскости DBC, и найдите площадь этого сечения.

0 Вариант

Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с гипотенузой 13 см и катетом 12 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если ее наименьшая боковая грань - квадрат.

Высота правильной четырехугольной пирамиды равна √6 см, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 60°.

а) Найдите боковое ребро пирамиды.

б) Найдите площадь боковой поверхности пирамиды.

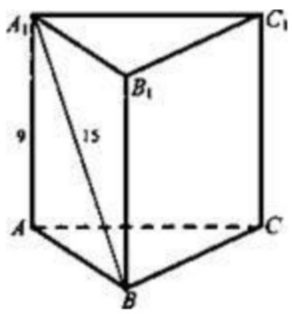
Ребро правильного тетраэдра DABC равно a. Постройте сечение тетраэдра, проходящее через середины ребер DA и AB параллельно ребру BC, и найдите площадь этого сечения.

Инструкция по выполнению практической работы

Задача 1.

Боковое ребро правильной треугольной призмы равно 9 см, а диагональ боковой грани равна 15 см. Найдите площадь боковой и полной поверхности призмы.

Решение:



1) ΔA_1AB: $AA_1 = \sqrt{A_1B^2 - AB^2}$;

$AA_1 = \sqrt{100-36} = \sqrt{64} = 8$ (см).

2) $S_{б.п.} = P_{осн.} \cdot h$; $S_{б.п.} = (3 \cdot 6) \cdot 8 = 144$ (см^2).

3) $S_{полн.} = S_{б.п.} + 2S_{осн.}$; $S_{осн.} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = 9\sqrt{3}$ (см);

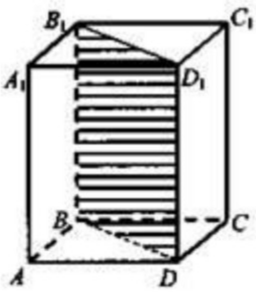
$S_{полн.} = 144 + 2 \cdot 9\sqrt{3} = 144 + 18\sqrt{3} =$

$= 18(8 + \sqrt{3})$ (см^2).

Ответ: $S_{б.п.} = 144$ см^2; $S_{полн.} = 18(8 + \sqrt{3})$ см^2.

Основание прямой призмы - ромб со стороной 5 см и тупым углом 120°. Боковая поверхность призмы имеет площадь 240 см2. Найдите площадь сечения призмы, проходящего через боковое ребро и меньшую диагональ основания.

1) $\angle ABC = 120°$; $\angle BAD = 60°$; ΔABD - равносторонний; $BD = 5$ см.



2) $S_{б.п.} = P_{осн.} \cdot h$;

$BB_1 = \dfrac{240}{4 \cdot 5} = \dfrac{240}{20} = 12$ (см).

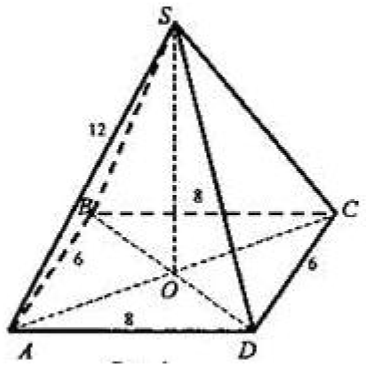
3) $S_{BB_1D_1D} = BD \cdot BB_1 = 5 \cdot 12 = 60$ (см^2).

Ответ: Sсеч. = 60 см2 .

Основание пирамиды - прямоугольник со сторонами 6 и 8 см. Высота пирамиды равна 12 см и проходит через точку пересечения диагоналей основания. Найдите боковые ребра пирамиды.

Дано: SABCD - пирамида; ABCD — прямоугольник; SO = 12 (см); AB = 6 (см); BC = 8 (см).

Найти: SD.



Решение: Пусть SABCD - данная пирамида, SO $\perp$ ABCD. ΔABD - прямоугольный. По теореме Пифагора получим: $BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{36+64}=\sqrt{100}=10$ (см); BO = OD = 5 (см); ΔSOD – прямоугольный треугольник.

$SD=\sqrt{SO^2+OD^2}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{144+25}=\sqrt{169}=13$ (см). Ответ: SD = 13 см.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 3.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 7 «Многогранники и круглые тела»
Тема 7.2 «Тела и поверхности вращения»

Название практической работы № 36:
«Решение задач по теме: «Виды симметрий в пространстве. Симметрия тел вращения и многогранников»».

Учебная цель: сформировать умения по решению по теме: Решение задач по теме: «Виды симметрий в пространстве. Симметрия тел вращения и многогранников»

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отчет по практической работе

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

Рабочая тетрадь в клетку.

Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты -20 штук.

Калькулятор простой.

Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

При решении задач на движение пространства, надо знать виды движения. Это центральная симметрия, осевая симметрия, зеркальная симметрия и параллельный перенос.

<u>Опр. (центральная симметрия)</u>

Точки М и $М_1$ называются симметричными относительно т О (центр симметрии), если О – середина отрезка $ММ_1$. Точка О считается симметричной самой себе.

т. М и т.$М_1$ симметричны относительно т.О.

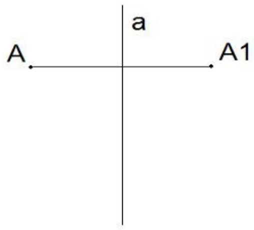
т. О – центр симметрии

т.О – середина отрезка $ММ_1$

т.О отображается сама на себя

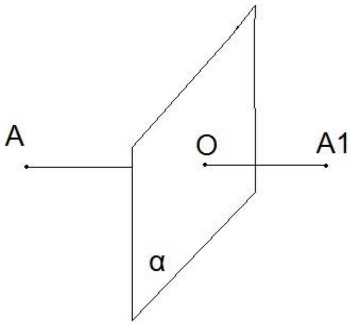
<u>Опр. (осевая симметрия)</u>

Точки A и A_1 называются симметричными относительно прямой *a* (ось симметрии), если прямая *a* проходит через середину отрезка AA_1 и перпендикулярна к этому отрезку. Каждая точка прямой *a* считается симметричной самой себе.

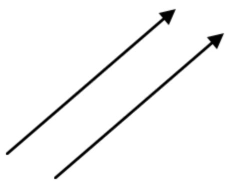


<u>Опр. (зеркальная симметрия)</u>

Точки AA_1 называются симметричными относительно плоскости α(плоскость симметрии), если плоскость α проходит через середину отрезка AA_1 и перпендикулярна к этому отрезку. Каждая точка плоскости считается симметричной самой себе.



<u>Опр</u> . Параллельным переносом на вектор $\vec{p}$ называется отображение пространства на себя, при котором любая точка M переходит в точку M_1 , что $\overrightarrow{MM_1} = \vec{p}$



M_1

M

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Какая симметрия называется осевой?
Какая симметрия называется зеркальной?
Какая симметрия называется центральной?

Задания для практического занятия:

Вариант

При зеркальной симметрии прямая *a* отображается на прямую a_1 . Докажите, что прямые *a* и a_1 лежат в одной плоскости (прямые *a* и a_1 параллельны).
При зеркальной симметрии относительно плоскости α плоскость β отображается на плоскость β_1 . Докажите, что если $\beta \parallel \alpha$, то $\beta_1 \parallel \alpha$.

3. Докажите, что при параллельном переносе на вектор p, где p ≠ 0 , прямая , не параллельная вектору p и не содержащая этот вектор, отображается на параллельную ей прямую.

Вариант

При зеркальной симметрии прямая *a* отображается на прямую a_1 . Докажите, что прямые *a* и a_1 лежат в одной плоскости (прямые *a* и a_1 пересекаются).
При зеркальной симметрии относительно плоскости α плоскость β отображается на плоскость β_1 . Докажите, что если β перпендикулярна α , то β_1 совпадает с β.
3. Докажите, что при параллельном переносе на вектор p, где p ≠ 0 , прямая , параллельная вектору p или содержащая этот вектор, отображается на себя.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 3.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 7 «Многогранники и круглые тела»
Тема 7.3 «Измерения в геометрии»

Название практической работы № 37:
«Вычисление площадей и объемов».

Учебная цель: сформировать умения по вычислению площадей и объемов.

Образовательные результаты

владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать геометрические фигуры на чертежах, моделях и в реальном мире; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

Рабочая тетрадь в клетку.

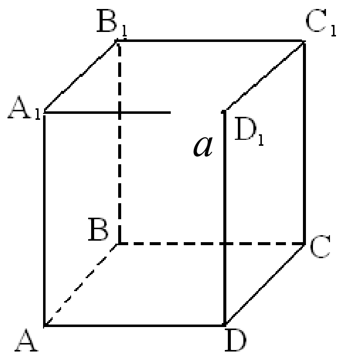
Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты -20 штук.

Калькулятор простой.

Ручка.

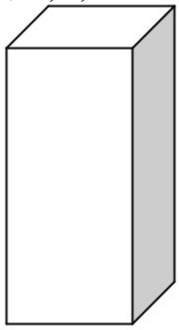
Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Объём куба вычисляется по формуле: $V = a^3$, где a – ребро куба.

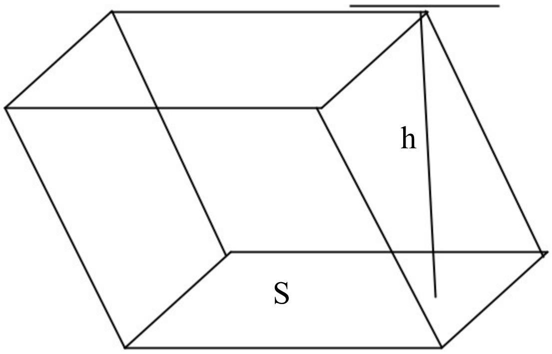


<u>Объём прямоугольного параллелепипеда</u> вычисляется по формуле: $\underline{V = a \cdot в \cdot c}$,

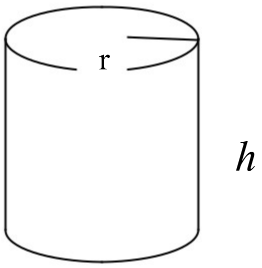
где а, в, с – измерения прямоугольного параллелепипеда (длина, ширина, высота)



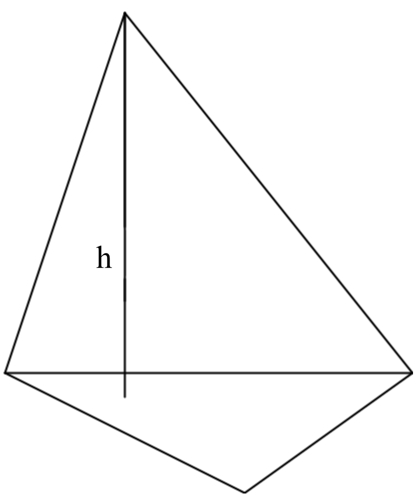
<u>Объём призмы</u> равен $\underline{V = S_{осн} \cdot h}$



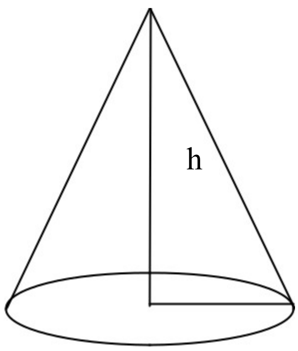
<u>Объём цилиндра</u> вычисляется по формуле: $V = \underline{S_{осн} \cdot h = \pi r^2 h}$



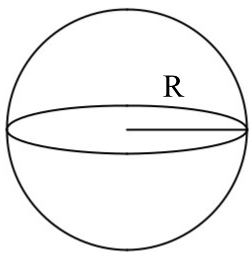
1. *<u>Объём пирамиды</u>* вычисляется по формуле: $\underline{V = \frac{1}{3} S h}$, где S – площадь основания, h - высота



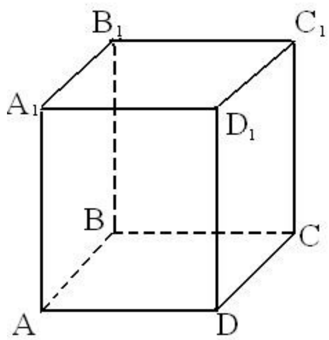
2. *Объём конуса* вычисляется по формуле: $V = \frac{1}{3} S h$, где S – площадь основания, h – высота



3. *Объём шара равен:* $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

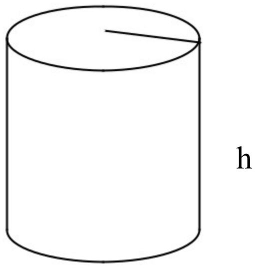


Площадь поверхности призмы равна $S_{пр.} = S_{бок.} + 2S_{осн.}$



Площадь боковой поверхности прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту.

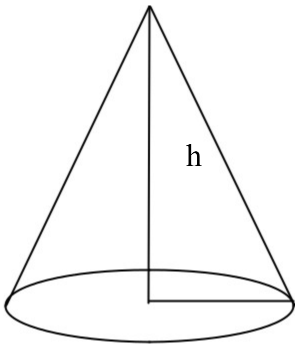
5. *Площадь поверхности цилиндра* равна $S = S_{бок.} + 2S_{осн.}$ $S_{бок.} = 2\pi rh$ $S_{осн.} = \pi r^2$
$S_{цил.} = 2\pi r \cdot h + 2\pi r^2 = 2\pi \cdot r \cdot (r + h)$, где r - радиус цилиндра, h - высота цилиндра



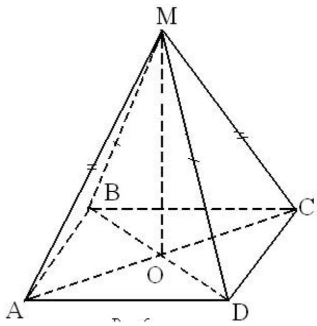
4. *Площадь поверхности конуса* равна $S_{кон.} = S_{бок.} + S_{осн.}$ $S_{бок.} = \pi \cdot r \cdot l$

$S_{осн.} = \pi \cdot r^2$

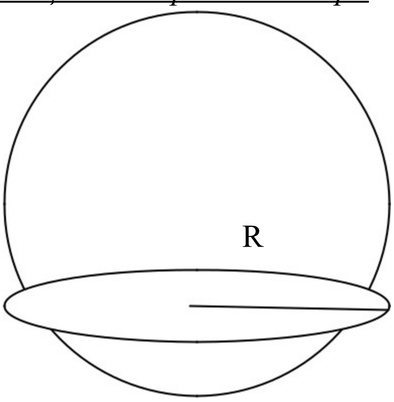
$S_{кон.} = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(r + l)$



Площадь поверхности пирамиды: $S_{пир} = S_{бок.} + S_{осн.}$



Площадь поверхности шара: $S_{сф.} = 4\pi R^2$



Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

По какой формуле находится объем призмы?
По какой формуле находится объем пирамиды?
По какой формуле находится объем цилиндра?
По какой формуле находится объем конуса?
По какой формуле находится объем шара?

Задания для практического занятия:

Вариант

Диагональ правильной четырёхугольной призмы равна 4 см и составляет с плоскостью боковой грани угол 30º . Найдите объём призмы.
Апофема правильной четырёхугольной пирамиды равна 3 см, плоский угол при вершине 60º. Найти объём пирамиды.
Радиус шара равен 4 см. Через конец радиуса, лежащий на сфере, проведена плоскость под углом 30º к нему. Найти площадь сечения шара.
Радиус основания цилиндра, описанного около сферы, равен 2. Найти разность между площадью поверхности цилиндра и сферы.

Вариант

Найти объём прямоугольного параллелепипеда, у которого стороны основания равны см и 16 см, а диагональ параллелепипеда составляет 45º с плоскостью основания.
В правильной четырёхугольной пирамиде боковое ребро составляет с плоскостью основания угол 45º . Сторона основания пирамиды равна 6 см. Найти объём пирамиды.
Образующая конуса 14 см, и наклонена к плоскости основания под углом в 60º. Найти площадь поверхности конуса.
Площадь осевого сечения цилиндра равна 20 $см^2$. Найти площадь его боковой поверхности.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 4.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 8 «Начала математического анализа»
Тема 8.1 «Последовательности. Производная»

Название практической работы № 38:
«Решение задач по теме: «Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности. Предел последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия»»

Учебная цель: сформировать умения по решению задач по теме: «Числовая последовательность, способы ее задания, вычисления членов последовательности. Предел последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Образовательные результаты

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

Рабочая тетрадь в клетку.

Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты -20 штук.

Калькулятор простой.

Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Определение: *множество чисел, каждое из которых снабжено своим номером, называется числовой последовательностью.*

Элементы этого числового множества называются членами последовательности и обозначают: первый член - a_1, второй - a_2 , n- й член - a_n и т.д. Вся последовательность обозначается: $a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ или (a_n).

Числовая последовательность представляет собой не что иное, как множество нумерованных чисел, упорядоченных наподобие натурального ряда, т.е. располагаемое в порядке возрастания номеров. Последовательность может содержать как конечное, так и бесконечное число членов.

Последовательность, состоящая из конечного числа членов, называется конечной, а последовательность, состоящая из бесконечного числа членов, - бесконечной последовательностью.

Иногда бесконечную числовую последовательность вводят, используя понятие функции:

Определение: *Функцию $y = f(x)$, $x \in N$ называют функцией натурального аргумента или числовой последовательностью и обозначают: $y = f(n)$, или $y_1, y_2, y_3..., y_n$ или $y(n)$.*

Последовательности можно задавать различными способами, например, ***словесно***, когда правило задавания последовательности описано словами, без указания формулы. Так, словесно задается последовательность простых чисел:

2,3,5,7,11,13,17,19,23,29,...

Особенно важны ***аналитический*** и ***рекуррентный*** способы задания последовательности.

Говорят, что последовательность задана ***аналитически***, если указана формула ее n-го члена.

Приведем три примера.

$y_n = n^2$. Это аналитическое задание последовательности

$1, 4, 9, 16, \ldots, n^2, \ldots$

Указав конкретное значение n, нетрудно найти член последовательности с соответствующим номером. Если. Например, n= 9, то $y_9 = 9^2 = 81$, если

$y_n = C$. Здесь речь идет о последовательности C, C, C, …., C, …. . Такую последовательность называют **постоянной** (или стационарной).

$y_n = 2^n$. Это аналитическое задание последовательности $2, 2^2, 2^3, \ldots, 2^n, \ldots$

Рекуррентный способ задания последовательности состоит в том, что указывают правило, позволяющее вычислить *n*- й член последовательности, если известны ее предыдущие члены. Например**,** арифметическая прогрессия – это числовая последовательность (a_n), заданная рекуррентно соотношениями:

$$_{1,} = a,\ a_{n+1} = a_n + d$$

(*a* и *d – заданные числа, d – разность арифметической прогрессии***)**

Геометрическая прогрессия – это числовая последовательность (b_n), заданная рекуррентно соотношениями:

$$b_{1,} = b,\ b_{n+1} = b_n \cdot q$$

(*b* и *q – заданные числа, b≠0, q ≠ 0; q знаменатель геометрической прогрессии* **).**

Пример: Выписать первые пять членов последовательности, заданной рекуррентно:$y_1 = 1$; $y_2 = 1$; $y_n = y_{n-2} + y_{n-1}$

Решение. n –й член последовательности равен сумме двух предшествующих ему членов. Значит, последовательно получаем:

$y_1 = 1$; $y_2 = 1$; $y_3 = 1+1 = 2$; $y_4 = 1+2 = 3$; $y_5 = 2+3 = 5$; и т.д.

Ограниченные последовательности.

Последовательность (x_n) называется ограниченной, если существуют такие два числа m и M, что для всех $n \in N$ выполняется неравенство $m \le x_n \le M$.

Последовательность (x_n) называется ограниченной сверху, если существует такое число M, что для всех $n \in N$ выполняется неравенство $x_n \le M$.

Последовательность (x_n) называется ограниченной снизу, если существует такое число m, что для всех $n \in N$ выполняется неравенство $m \le x_n$

Например: последовательность (x_n), заданная формулой общего члена $x_n = n$, ограничена снизу (например, число 0) и не ограничена сверху.

Монотонные последовательности.

Последовательность (x_n) называется возрастающей, если каждый ее член, начиная со второго, больше предыдущего, т.е. если для любого натурального n выполняется неравенство $x_{n+1} > x_n$.

Последовательность (x_n) называется убывающей, если каждый ее член, начиная со второго, меньше предыдущего, т.е. если для любого натурального n выполняется неравенство $x_{n+1} < x_n$.

Последовательность (x_n) называется невозрастающей, если каждый ее член, начиная со второго, не более предыдущего, т.е. если для любого натурального n выполняется неравенство $x_{n+1} \le x_n$.

Последовательность (x_n) называется неубывающей, если каждый ее член, начиная со второго, не меньше предыдущего, т.е. если для любого натурального n выполняется неравенство $x_{n+1} \ge x_n$.

Возрастающие, убывающие, невозрастающие и неубывающие последовательности образуют класс *монотонных* последовательностей.

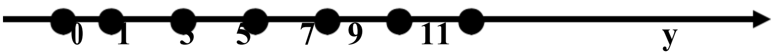
<u>Предел числовой последовательности.</u>

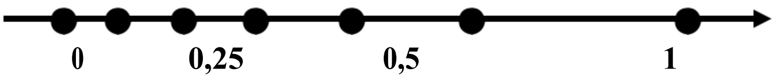
Рассмотрим для числовые последовательности – (y_n) и (x_n).

(y_n): 1, 3,5, 7, 9, … 2n – 1, …;

(x_n): $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, ..., \frac{1}{n}, ...$

Изобразим члены этих последовательностей точками на координатной прямой.





Замечаем, что члены последовательности (x_n) как бы «сгущаются» около точки 0 – говорят последовательность ***сходятся*** , а у последовательности (y_n) такой точки сгущения нет – и говорят, что последовательность ***расходится.***

Математики не используют термин точка сгущения, а они говорят *предел последовательности.*

Определение: *Число b называется пределом последовательности (y_n), если в любой заранее выбранной окрестности точки b содержится все члены последовательности, начиная с некоторого номера.*

Пишут так: $y_n \to b$ *или* $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = b$ читают так: предел последовательности y_n *при стремлении n к бесконечности равен b.*

На практике используется еще одно истолкование равенства $\lim\limits_{n\to\infty} y_n = b$, связанное с приближенными вычислениями: если последовательность $y_n = f(n)$ сходится к числу b, то выполняется приближенное равенство $f(n) \approx b$, причем это приближенное равенство тем точнее, чем больше n.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Дайте определение числовой последовательности.

Перечислите способы задания последовательностей.

Какие последовательности называют ограниченными?

Сформулируйте определение предела числовой последовательности.

Задания для практического занятия:

I Вариант

Последовательность задана словесно. Напишите первые десять членов последовательности

а) натуральных чисел, кратных 5

б) степеней числа 2 с натуральными показателями

Последовательность задана формулой общего члена. Напишите первые десять членов последовательности

а) $a_n = 2n - 3$

б) $a_n = (-1)^{n+1}$

Предложите формулу общего члена для каждой из последовательностей. Если известно несколько первых членов

а) 4,8,12, 16,20,…;

б) -1.1,-1,1,…;

4. Вычислите пределы последовательностей

а) $x_n = 1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{2^n}$

б) $x_n = \frac{3n^2 + n + 7}{5 - n - n^2}$

II Вариант

а) натуральных чисел, кратных 3

б) степеней числа 3 с натуральными показателями

а) $a_n = 3n - 4$

б) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$

а) 2,5,8.11,14,…;

б) 3,12,48,192….;

а) $x_n = \frac{n}{n+1}$

б) $x_n = \frac{4n^2 + n - 6}{8 - n - n^2}$

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания.

Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.

Тема.

Учебная цель.

Название практической работы.

Решения заданий практической работы.

Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Тема 8.1 «Последовательности. Производная»

Название практической работы № 39:
«Решение задач по теме: «Правила и формулы дифференцирования, таблица производных элементарных функций»»

Учебная цель: сформировать умения по решению задач по теме: «Правила и формулы дифференцирования, таблица производных элементарных функций»

Образовательные результаты

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

Рабочая тетрадь в клетку.

Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты -20 штук.

Калькулятор простой.

Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Опр.

Производной функции f(x) в точке x называется предел разностного отношения

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$ при $h \to 0$.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}.$$

Опр.

Операция нахождение производной называется дифференцированием.

Это правило является основным, т.к. выведено из самого определения. Однако при дифференцировании сложных функций, суммы, произведения, частного применение общего правила представляет большие трудности. Поэтому применяют правила дифференцирования.

Правила

1. $(f(x)+g(x))' = f'(x)+g'(x)$ - Производная суммы равна сумме производных.

2. $(c\cdot f(x))' = c\cdot f'(x)$ - Постоянный множитель можно вынести за знак производной.

3. $(f(x)\cdot g(x))' = f'(x)\cdot g(x) + f(x)\cdot g'(x)$ - Производная произведения.

4. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)\cdot g(x) - f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$ Производная частного

Формулы дифференцирования

$C'=0$

$(x)'=1$

$(x^2)'=2x$

$(x^3)'=3x^2$

$(x^p)'=px^{p-1}$

$(e^x)'=e^x$

7. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

8. $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$

$(kx+b)' = k$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

$(\sin x)' = \cos x$

$(\cos x)' = -\sin x$

13. $(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$

14. $(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$

$(a^x)' = a^x \ln a$

16. $(\log_a x)' = \frac{1}{x\cdot \ln a}$

$f(g(x))' = f'(g(x))\cdot g'(x)$

$f'(kx+b) = k\cdot f'(kx+b)$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Что называется производной функции?
Какая операция называется дифференцированием?

Задания для практического занятия:

I Вариант

Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные

а) $y = x^3 - 9x^2 + x - 1$

б) $y = \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1}$

в) $y = x \cdot \sin x$

г) $y = \sin^2 3x$

д) $y = \sqrt{x + 5}$

е) $y = (2 + 5x)^4$

ж) $y = \log_3 4x$

з) $y = 5^{2x}$

II Вариант

а) $y = 5x^4 - 3x^2 + 5$

б) $y = \frac{x^2 + 1}{3x}$

в) $y = x \cdot \cos x$

г) $y = \cos^2 3x$

д) $y = \sqrt{1 + x^3}$

е) $y = (3 + 7x)^5$

ж) $y = \log_5 10x$

з) $y = 6^{3x}$

Инструкция по выполнению практической работы

Примеры

Пользуясь формулами и правилами дифференцирования, найдите производные

$y = 3x^6 - 7x^3 - x^2 + 5x - 7$

$' = (3x^6 - 7x^3 - x^2 + 5x - 7)' = 3\cdot 6x^5 - 7\cdot 3x^2 - 2x + 5 = 18x^5 - 21x^2 - 2x + 5.$

$y = \frac{x^3+4}{3x-2}$

$y' = \left(\frac{x^3+4}{3x-2}\right)' = \frac{(x^3+4)'(3x-2)-(x^3+4)(3x-2)'}{(3x-2)^2} = \frac{3x^2\cdot(3x-2)-(x^3+4)\cdot 3}{(3x-2)^2} =$

$\frac{9x^3-6x^2-3x^3-12}{(3x-2)^2} = \frac{6x^3-6x^2-12}{(3x-2)^2}.$

3) $y = x\cdot tgx$

$y' = (x\cdot tgx)' = x'\cdot tgx + x\cdot(tgx)' = 1\cdot tgx + x\cdot\frac{1}{\cos^2 x} = tgx + \frac{x}{\cos^2 x}.$

4) $y = tg^2 4x$

$y' = (tg^2 4x)' = 2tg4x\cdot(tg4x)' = 2tg4x\cdot\frac{1}{\cos^2 4x}\cdot(4x)' = 2tg4x\cdot\frac{1}{\cos^2 x}\cdot 4 = \frac{8tg4x}{\cos^2 x}.$

5) $y = \sqrt{6-x^4}$

$y' = \left(\sqrt{6-x^4}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{6-x^4}}\cdot(6-x^4)' = \frac{1}{2\sqrt{6-x^4}}\cdot(-4x^3) = -\frac{2x^3}{\sqrt{6-x^4}}.$

$y = (8-3x)^6$

$y' = \left((8-3x)^6\right)' = 6(8-3x)^5\cdot(8-3x)' = 6(8-3x)^5\cdot(-3) = -18(8-3x)^5.$

7) $y = \log_5 12x$

$y' = (\log_5 12x)' = \frac{1}{12x\ln a}\cdot(12x)' = \frac{1}{12x\ln a}\cdot 12 = \frac{1}{x\ln a}.$

8) $y = 11^{4x}$

$' = (11^{4x})' = 11^{4x}\cdot\ln 11\cdot(4x)' = 11^{4x}\cdot\ln 11\cdot 4 = 4\ln 11\cdot 11^{4x}.$

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задание.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 8 «Начала математического анализа

Тема 8.1 «Последовательности. Производная»

Название практической работы № 40:
«Решение задач по теме: «Производная: механический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной в общем виде»»

Учебная цель: сформировать умения по решению задач по теме: «Производная: механический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной в общем виде»»

Образовательные результаты

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

Рабочая тетрадь в клетку.

Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты -20 штук.

Калькулятор простой.

Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Механический смысл производной:

производная от координаты по времени есть скорость: $x'(t) = v(t)$;

производная от скорости по времени есть ускорение: $v'(t) = a$.

Геометрический смысл производной:

значение производной функции $f(x)$ в точке x равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в точке $(x; f(x)$.

$f'(x_0) = k$

<u>*Уравнение касательной*</u> $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

В чем состоит механический смысл производной?
В чем состоит геометрический смысл производной?

Задания для практического занятия:

I Вариант | **II Вариант**

Тело движется прямолинейно по закону

I: $S = t^2 + 2t - 1$ | II: $S = t^2 + 4t - 3$

Определите его скорость и ускорение в момент времени

I: $t = 3$. | II: $t = 2$.

Скорость тела, движущегося прямолинейно, задана законом

I: $v = t^2 + 3t$ | II: $v = t^2 - 2t$

Какое ускорение будет иметь тело через 4с после начала движения?

Составьте уравнение касательной к графику функции

I: а) $f(x) = x^2 - 4$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$

б) $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x - 5$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$

II: а) $f(x) = x^2 - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 3$

б) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x - 7$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$

Инструкция по выполнению практической работы

<u>Пример 1.</u>

Тело движется по прямой согласно закону $x(t) = t^3 - 2t + 5$. Найдите его скорость и
ускорение точки в момент времени $t = 4$.

Решение. Скорость движения – это производная от пути по времени, следовательно,

$$v(t) = x'(t) = \left(t^3 - 2t + 5\right)' = 3t^2 - 2.$$

Значит, в момент времени $t = 4$ скорость данного движения такова: $v(4) = 3 \cdot 4^2 - 2 = 46$. Так как нам известна скорость движения как функция времени, мы можем найти ускорение этого движения: $a(t) = v'(t) = \left(3t^2 - 2\right)' = 6t$.

Значит, в момент времени $t = 4$ ускорение данного движения равно: $a(4) = 6 \cdot 4 = 24$.

Ответ: 46; 24.

<u>Пример 2.</u> Скорость тела, движущегося прямолинейно, задана законом $v = t^4 - 12t$.
Какое ускорение будет иметь тело через 6с после начала движения?

Решение. $a = v'(t) = (t^4 - 12t)' = 4t^3 - 12$.

$a(6) = 4 \cdot 6^3 - 12 = 4 \cdot 216 - 12 = 872 - 12 = 860$.

Ответ: 860.

<u>Пример 3.</u> Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = 3x^2 - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.

Решение. $f(4) = 3 \cdot 4^2 - 1 = 3 \cdot 16 - 1 = 48 - 1 = 47$

$'(x) = (3x^2 - 1)' = 6x$,

$f'(4) = 6 \cdot 4 = 24$,

$= f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$

$= 47 - 24(x - 4)$

$= 47 - 24x + 96$

$= -24x + 143$.

Ответ: $y = -24x + 143$.

Пример 4. Составьте уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 6x - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -3$.

Решение.

$f(-3) = 2 \cdot (-3)^3 - 4 \cdot (-3)^2 + 6 \cdot (-3) - 1 = 2 \cdot (-27) - 4 \cdot 9 - 18 - 1 = -54 - 36 - 19 = -109$.

$'(x) = (2x^3 - 4x^2 + 6x - 1)' = 6x^2 - 8x + 6$,

$'(-3) = 6 \cdot (-3)^2 - 8 \cdot (-3) + 6 = 54 + 24 + 6 = 84$, $y = f(x_0) + f'(x_0) \cdot (x - x_0)$

$y = -109 + 84(x + 3)$ $y = -109 + 84x + 252 = 84x + 143$.

Ответ: $y = 84x + 143$.

Порядок выполнения отчета по практической работе

Выполнить задания 1 – 3.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчет по практической работе.

Образец отчета по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решения заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 8 «Начала математического анализа»
Тема 8.1 «Последовательность. Производная».

Практической работы №41.

«Исследование функции с помощью производной».

Учебная цель: сформировать умения по применению производной к исследованию функций.

Образовательные результаты

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отчёт по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно –методическая литература:

Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Издание 7-е, стереотипное.

-Башмаков.М.И. Математика<Академия> 2. Рабочая тетрадь в клетку.

3. Раздаточные материалы: карточки –задания, инструкционные карты – 20 штук.

4. Калькулятор простой.

5. Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Правило нахождения экстремумов функции $y = f(x)$ с помощью производной:

Найти производную $f'(x)$

Найти критические точки функции, в которых $f'(x) = 0$.

Разделить числовую ось на промежутки критическими точками.

Исследовать знак производной в каждом интервале. Если при этом производная окажется отрицательной, то функция возрастает, положительной – убывает. Если знак меняется с плюса на минус- это точка максимума, с минуса на плюс- это точка минимума.

Вычислить значения функции в точках экстремума.

Направление выпуклости графика функции

Кривая $y = f(x)$ называется выпуклый вниз в промежутке $(a; b)$, если она лежит выше касательной в любой точке этого промежутка. Кривая $y = f(x)$ называется выпуклой вверх в промежутке $(a; b)$, если она лежит ниже касательной, в любой точке этого промежутка.

Выпуклость вниз или вверх кривой характеризуется знаком второй производной функции $= f(x)$: если в некотором промежутке $f''(x) > 0$, то кривая выпукла вниз в этом промежутке; если же $f''(x) < 0$, то кривая выпукла вверх в этом промежутке.

Правило нахождения точек перегиба графика функции $y = f(x)$

Найти вторую производную $f''(x)$.

Найти критические точки функции $y = f(x)$, в которых $f''(x)$ образуется в нуль или терпит разрыв.

Исследовать знак второй производной $f''(x)$ в промежутках, на которых найденные критические точки делят область определения функции $y = f(x)$. Если критическая точка

разделяет промежутки выпуклости противоположных направлений, то она является общиссой точки перегиба графика.

Вычислить значения функции в точках перегиба.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Правило нахождения экстремумов функции с помощью производной.
Какие точки функции называются критическими?
Что называется экстремумом функции?
В каком случае кривая выпуклая вниз, и в каком случае – вверх?
Правила нахождения точек перегиба графика функции $y = f(x)$.

Задания для практического занятия:

1Вариант **2Вариант**

Исследуйте функцию на экстремум с помощью первой производной.

$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 1$ $f(x) = x^4 - 4x + 4$.

Найдите промежутки выпуклости и точки перегиба кривых:

$y = x^3 + 3x^2$ $y = x^3 - 12x^2 + 145$.

Дан закон прямолинейного движения точки

$s = -\frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{2}t + 1$ $s = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 + 5t + 3$

(t – в секундах, s – в метрах).Найдите максимальную скорость движения этой точки.

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении первого задания рассмотрите пример.
Исследовать функцию на экстремум с помощью второй производной
$(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 12$.
1) Производная $f'(x)$
$f'(x) = 3x^2 - 18x + 24$.
2) Критические точки $f'(x) = 0$:
$3x^2 - 18x + 24 = 0$
$x^2 - 6x + 8 = 0$
$x_1 = 2, x_2 = 4$ - критические точки.
Вторая производная $f''(x)$ $f''(x) = 6x - 18$.
Исследовать знак второй производной в каждой критической точке:
$f''(2) = 6 \cdot 2 - 18 = 12 - 18 = -6 < 0$, значит, $x = 2$ является точкой максимума $f''(4) = 6 \cdot 4 - 18 = 24 - 18 = 6 > 0$, значит, $x = 4$ является точкой минимума.
Вычислим значения функции в этих точках:
$f_{max} = f(2) = 2^3 - 9 \cdot 2^2 + 24 \cdot 2 - 12 = 8 - 36 + 48 - 12 = 8$
$f_{min} = f(4) = 4^3 - 9 \cdot 4^2 + 24 \cdot 4 - 12 = 64 - 144 + 96 - 12 = 4$
Ответ: $f_{max}(2) = 8$; $f_{min}(4) = 4$.
При выполнении второго задания рассмотрите пример.
Найти промежутки выпуклости и точки перегиба кривой $y = 6x^2 - x^3$.
1)Производная y'
$y' = 12x - 3x^2$.

Вторая производная y''

$y'' = 12 - 6x.$

Критические точки: $y'' = 0$.

$12 - 6x = 0$

$6x = -12$

$x = 2$ - критическая точка.

Исследуем знак второй производной y'' в промежутках (-∞;2) и (2; ∞).

$y''(0) = 12 - 6 \cdot 0 > 0$; $y''(3) = 12 - 6 \cdot 3 < 0$

$x = 2$ точка перегиба

Найдём $y(2)$

$y(2) = 6 \cdot 2^2 - 2^3 = 24 - 8 = 16.$

Ответ: на промежутке (-∞;2) кривая выпукла вниз; на промежутке (2;∞) кривая выпукла вверх; (2;16) - точка перегиба.

При выполнении третьего задания рассмотрим пример.

Найти максимальную скорость движения точки, если закон прямолинейного движения задан уравнением $s(t) = -t^3 + 9t^2 - 2t - 8$ (s - в метрах, t -в секундах).

Скорость движения точки есть первая производная пути во времени:

$(t) = s'(t) = -3t^2 + 18t - 24 \left({}^{м}\!/\!{}_{с} \right)$

Исследуем эту функцию на максимум и минимум с помощью второй производной:

$$'(t) = s''(t) = -6t + 18$$

$$6t + 18 = 0$$

$$0\ 6t = -1$$

$$8\ t = 3$$

$$''(t) = (-6t + 18)' = -6 < 0$$

Вторая производная отрицательна, следовательно, скорость является наибольшей при $= 3$сек.

Найдём значение скорости в момент $t = 3$сек:

$$\upsilon(3) = -3 \cdot 3^2 + 18 \cdot 3 - 24 = -27 + 54 - 24 = 3\left({}^{м}\!/\!{}_{с} \right).$$

Ответ: 3 ${}^{м}\!/\!{}_{с}$.

Порядок выполнения отчёта по практической работе

Выполнить задания 1-3.

Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Образец отчёта по практической работе

Раздел.

Тема.

Учебная цель.

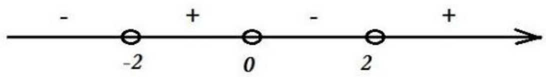
Название практической работы.

Решение заданий практической работы.

Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 8. «Начала математического анализа»
Тема 8.1. «Последовательность. Производная»

Практическая работа №42
«Нахождение наибольшего, наименьшего значения функции. Экстремумы функции»



Учебная цель: приобрести умения в нахождении наибольшего и наименьшего значения функции, экстремумов функции.

Образовательные результаты

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отчёт по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно –методическая литература:
Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Издание 7-е, стереотипное.
-Башмаков.М.И. Математика<Академия> 2. Рабочая тетрадь в клетку.
3. Раздаточные материалы: карточки –задания, инструкционные карты – 20 штук.
4. Калькулятор простой.
5. Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Достаточное условие экстремума. Пусть функция $y=f(x)$ непрерывна на промежутке x и имеет внутри промежутка стационарную или критическую точку $x=x_0$.
Тогда:

а) если у этой точки существует такая окрестность, в которой выполняется неравенство $f'(x)<0$. при $x<x_0$, а при $x>x_0$ - неравенство $f'(x)>0$, то $x=x_0$ - точка минимума;

б)если у этой точки существует такая окрестность, в которой при $x<x_0$ выполняется неравенство $f'(x)>0$, а при $x>x_0$ - неравенство $f'(x)<0$, то $x=x_0$ - точка максимума;

в) если у этой точки существует такая окрестность, что в ней и слева, и справа от точки x_0 знаки производной одинаковы, то в точке x_0 экстремумов нет.

Алгоритм исследования непрерывной функции $y=f(x)$ на монотонность и экстремумы:

Найти производную $f'(x)$
Найти стационарные и критические точки.
Отметить стационарные и критические точки на числовой прямой и определить знаки производной на получившихся промежутках.
Опираясь на теорему, сделать выводы о монотонности и точках экстремума.

Пример 1. Исследовать функцию $y=\dfrac{x^4+16}{x^2}$ на экстремумы.
Решение. Функция непрерывна, кроме точки $x=0$.
1)Найдем производную:

$$f'(x)=\frac{(x^4+16)'\cdot x^2-(x^2)'\cdot(x^4+16)}{(x^2)^2}=\frac{4x^3\cdot x^2-2x(x^4+16)}{x^4}==\frac{2x^5-32x}{x^4}=\frac{2(x-2)(x+2)(x^2+4)}{x^3}$$

2)$x=2$ и $x=-2$ - стационарные точки. При $x=0$, производная не существует, это точка разрыва.

3)

4)$x=-2$ - точка минимума, $y_{min}=8$
$x=2$ - точка максимума, $y_{min}=8$.

Алгоритм отыскания наименьшего и наибольшего значений непрерывной функции $y=f(x)$ на отрезке $[a;b]$

1)Найти производную $f'(x)$.

2)Найти стационарные и критические точки функции, лежащие внутри отрезка $[a;b]$.

3)Вычислить значение функции $y=f(x)$ в точках, отображаемых на втором шаге и в точках a и b, выбрать среди этих значений наименьшее ($y_{наим}$) и наибольшее (это будет $y_{наиб}$).

Пример 2. Найти наименьшее и наибольшее значение функции $y=x^3-3x^2-45x+1$ на отрезке [0;6].

Решение. Воспользуемся алгоритмом

$y'=3x^2-6x-45$

$$x = 5 \in [0;6]$$

$3x^2-6x-45=0$

$x^2-2x-15=0$

$x_1=-3,\quad x_2=5$

Составим таблицу:

x	0	5	6
y	1	-174	-161

$y_{наим}=-174$, $y_{наиб}=1$

Пусть функция $y=f(x)$ непрерывна на промежутке x и имеет внутри него единственную стационарную или критическую точку $x=x_0$ Тогда:

а) если $x=x_0$ точка максимума, то $y_{наиб}=f(x_0)$
б) если $x=x_0$ точка минимума, то $y_{наим}=f(x_0)$.

Пример 3. Найти наибольшее значение функции $y=\dfrac{x}{1+x^2}$ на луче $[0; +\infty)$.

Решение . $y'=\dfrac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$. Производная всюду существует, значит, критических точек у функции нет. $y'=0$, $1-x^2=0$, $x=1$ или $x=-1$.

Заданному лучу $[0;\ +\infty) \in x = 1.$ При $x>1$, $y'>0$, а при $x>1$, $y'<0$.

Значит, $x = 1$ – точка максимума $y_{max} = f(1) = \dfrac{1}{1+1^2} = \dfrac{1}{2}$.

$x=1$ – единственная стационарная точка функции на заданном промежутке, причём точка максимума.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Какая точка называется точкой максимума?

Какая точка называется точкой минимума?

Перечислите правила дифференцирования.

Назовите алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке.

Задания для практической работы.

I Вариант	II Вариант
1. Исследовать на экстремум функцию :	
$y = x(x-1)^3$	$y = 2x(x-2)^2$
2. Определить экстремум функции $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$	**2.** Определить экстремумы функции $f(x) = \sqrt[4]{x^3}$
1. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции:	
$y = x^3-3x^2+3x+2$ на отрезке [2;5]	$y = x^4-4x^2+2x-1$ на отрезке [2;3]
4. Какие из данных функций не имеет критических точек а) $y=x^4+2x^2+6$ б) $y = x - \sqrt{x}$ в) $y = 3x + 7\sqrt{x}$ г) такой нет.	**4.** Какие из данных функций не имеет критических точек а) $y=x^3+x^2-2$ б) $y = \sqrt{x} + x$ в) $y = x + \sqrt[3]{x}$ г) такой нет.

Инструкция по выполнению практической работы

Чтобы выполнить 1-ое задание, надо разобрать пример 1.
Чтобы выполнить 2-ое задание надо разобрать теорию и пример 1.
Чтобы выполнить 3-е задание надо разобрать пример 2 и 3.
Чтобы выполнить 4-ое задание, надо проанализировать производную.
Например: $y=x^5+3x^3+6$.
$y' = 5x4+9x^2$

$y' = 0$-стац. точка $5x^4+9x^2=0$.

$5x^2 \neq -9$

$x^2 \neq -\frac{9}{5}$ – в этой точке производная не существует

Порядок выполнения отчёта по практической работе

Выполнить задания 1-4.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Образец отчёта по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решение заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 8. «Начала математического анализа»
Тема: 8.2. «Интеграл и его применение»

Практическая работа №43.

Решение задач по теме: «Интеграл и первообразная. Формула Ньютона-Лейбница»

Учебная цель: сформировать навыки вычисления определенного интеграла

Образовательные результаты

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.

Выполнить практическую работу.

Сдать отчёт по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно –методическая литература:

Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Издание 7-е, стереотипное.

-Башмаков.М.И. Математика<Академия> 2. Рабочая тетрадь в клетку.

3. Раздаточные материалы: карточки –задания, инструкционные карты – 20 штук.

4. Калькулятор простой.

5. Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Определение: Если функция f(x) определена на отрезке [a;b], то предел интегральной суммы называется определенным интегралом от функции f(x) на [a;b] при условии, что длина наибольшего из элементарных отрезков на которые разбит [a;b] стремится к нулю a и b– пределы интегрирования

$$\int_a^b f(x)dx = \lim \sum_{k=1}^{n} f(E_k)\Delta K_n$$

$$\max_{\Delta} x \to 0$$

Для вычисления определенного интеграла от функции f(x) в том случае, если первообразную можно найти применяют Формулу Ньютона – Лейбница.

$$\int_a^b f(x)dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Свойство определенного интеграла.

А) Определенный интеграл от алгебраической суммы конечного числа функций равен алгебраической суммы определенных интегралов от слагаемых функций.

$$\int_a^b Kf(x)dx = K\int_a^b f(x)dx$$

В) При перестановки пределов интегрирования определенный интеграл меняет знак на противоположный:

$$\int_a^b f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$$

Г) Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен нулю:

$$\int_a^b f(x)dx = 0$$

Д) Отрезок интегрирования можно разбить на части:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b b(x)dx$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Что такое определенный интеграл?
Что в записи $_a\int^b f(x)dx$означают числа **a**и **b**?
Сформулируйте основные св-ва определенного интеграла

Задание для практической работы

Вариант

$\int^{1} (2x+1)dx$

2)

3) $\int_4^3 e^{2x+1}\,dx$

4) $\int_1^{16} \sqrt{x}dx$

5) $\int_{\frac{1}{2}}^2 \frac{dx}{x^2}$

6) $\int_{-2}^3 [(4x^3] - 3x^2 + 2x + 1)dx$

7) $\int_1^7 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$

7) $\int_1^7 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$

Вариант

1) $\int_{-1}^1 (3x+1)dx$

2)

3) $\int_1^2 e^{3x-1}\,dx$

4) $\int_2^4 \frac{dx}{x^3}$

5) $\int_1^8 \sqrt{x}\,dx$

6) $\int_1^2 [(6x^5] + 2x - 9)dx$

Инструкция по выполнению практической работы

При выполнении заданий для практической работы рассмотреть примеры:

1) $$\int_{-1}^{1} [(4x+1)dx = \left(\frac{4x^2}{2}] + x\right) \Big|_{-1}^{1} = (2x^2+x)\Big|_{-1}^{1} = (2\cdot 1^2+1) - (2\cdot(-1)^2-1) = 2$$

2) $$\int_0^{\frac{\pi}{8}} cos4xdx = \frac{1}{4}sin4x\Big|_0^{\frac{\pi}{8}} = \frac{1}{4}\left(sin4\cdot\frac{\pi}{8} - sin4\cdot 0\right) = \frac{1}{4}$$

3) $$\int_0^2 e^{3x+1}\,dx = \frac{1}{3}e^{3x+1}\Big|_0^2 = \frac{1}{3}(e^7 - e^0) = \frac{1}{3}e^7$$

4) $$\int_0^1 \sqrt[4]{x}\,dx = \int_0^1 x^{\frac{1}{4}}\,dx = \frac{x^{1\cdot\frac{1}{4}}}{1\cdot\frac{1}{4}} = \frac{4}{5}x^{\frac{5}{4}}\Big|_0^1 = \frac{4}{5}\left(1^{\frac{4}{5}} - 0^{\frac{5}{4}}\right) = \frac{4}{5}$$

5) $$\int_1^2 \frac{dx}{x^3} = \int_1^2 x^{-3} = \frac{x^{-2}}{-2}\Big|_1^2 = -\frac{1}{2x^2} = \frac{3}{8}$$

6) $$\int_{-1}^{4} \frac{dx}{\sqrt{x+5}} = \int_{-1}^{4} (x+5)^{-\frac{1}{2}}\,dx = \frac{(x+5)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\Big|_{-1}^{4} = 2\sqrt{x+5}\Big|_{-1}^{4} = 2\left(\sqrt{9} - \sqrt{4}\right) = 10$$

Порядок выполнения отчёта по практической работе

Выполнить задания 1-2.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Образец отчёта по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Решение заданий практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 8. «Начала математического анализа»
Тема 8.2. «Интеграл и его свойства»

Практическая работа №44
«Применение интеграла к вычислению физических величин и площадей»

Учебная цель: сформировать умение использовать интеграл к вычислению площадей заштрихованных фигур и физических величин.

Образовательные результаты

сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей

Задачи практической работы:

Изучить теоретический материал.
Выполнить практическую работу.
Сдать отчёт по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

Учебно –методическая литература:
Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: Издание 7-е, стереотипное.
-Башмаков.М.И. Математика<Академия> 2. Рабочая тетрадь в клетку.
3. Раздаточные материалы: карточки –задания, инструкционные карты – 20 штук.
4. Калькулятор простой.
5. Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Дадим математическое описание той модели, которая была построена для функции *y= f(x)*, непрерывной на отрезке [*a;b*].

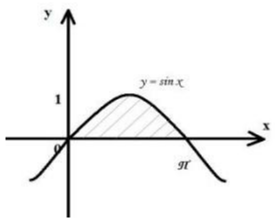
1) разбивают отрезок [*a;b*] на *n* равных частей.

2) составляем сумму $S_n = f(x_0)\Delta x_0 + f(x_1)\Delta x_1 + \ldots + f(x_{n-1})\Delta x_{n-1}$.

3) вычисляем $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$

Этот предел называют определённым интегралом от функции *y= f(x)* на отрезке [*a;b*] и обозначают так :

$$\int_a^b f(x)dx$$



числа *a* и *b* называют пределами интегрирования (соответственно нижним и верхним).

Пример 1. Вычислить площадь фигуры, ограниченной полуволной синусоиды *y=sin x* и осью абсцисс.

Решение:

Можно взять полуволну синусоиды от точки *x=0* до точки *x=* π при следующих условиях: *a=0, x= , f(x)=sin x.*

Пример 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями *y = x*, *y = 5-x*, *x=1*, *x=2*.

Решение: Фигура, площадь которой надо найти, изображена на рисунке.

Воспользовавшись формулой Ньютона - Лейбница, получим

$$S = \int_1^2 ((5-x)-x)dx = \int_1^2 (5-2x)dx = (5x-x^2)\Big|_1^2 = (5\cdot 2-2^2)-(5\cdot 1-1^2) = 2.$$

Ответ: S = 2.

Пример 3. Сила тока вычисляется по формуле J . Определите количество электричества, протекшее через поперечное сечение проводника за 10 секунд, считая время от начала опыта.

$$\int_0^{10} \quad \frac{2}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 2t)\Big|_0^{10} = 526\frac{2}{3}k$$

Пример 4. Тяжелая цепь длиною $L = 200$м поднимается, навиваясь на ворот. Определить работу силы веса при поднятии цепи, пренебрегая размерами ворота, если погонный метр цепи весит 50 кг.

Решение. Пусть к некоторому моменту времени на ворот навернулся отрезок цепи длиной L-x. Весит эта часть $(L\text{-}x)\cdot 50$кг. Элементарная работа силы веса на перемещение dx будет равна $A=-(L\text{-}x)\cdot 50dx$.

(«−» так как сила веса направлена на противоположно перемещению) Полную работу найдём как интеграл от элементарной работы

$$A = \int_0^L -(L - x)50dx = 50\frac{(L - x)^2}{2}\Big|_0^L = -25L^2 = -25\cdot 200^2 = -1000000\,кг\cdot м.$$

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Какой интеграл называется определённым?

Перечислите свойства определённого интеграла.

Алгоритм вычисления площадей заштрихованных фигур.

Какой интеграл называется неопределённым?

Задания для практической работы.

Найдите площадь фигуры (предварительно сделайте рисунок) ограниченной :

I Вариант	II Вариант
а) графиком функции $y=4x\text{-}x^2$ и ось абсцисс	а) графиком функции $y=6x\text{-}x^2$ и осью абсцисс
б) графиком функции $y=\cos x$, осью абсцисс и прямыми $x=\frac{\pi}{6}, x=\frac{\pi}{3}$	б) графиком функции $y=\sin x$, осью абсцисс и прямыми $x=\frac{\pi}{6}$ и $x=\frac{\pi}{3}$
2. Скорость движения т.U. Найти путь, пройденной точкой за 4 секунды. ($t_1=3c$, $t_2=4c$) $S(t)=9t^2\text{-}8t$ м/с	**2.** Скорость движения т.U. Найдите путь, пройденной точкой за t секунды. $S(t)=(6t^2+4)$м/с, $t=5сек.$ Найдите путь от начала движения ($t_1=0$c, $t_2=5$c)
3. Вычислить работу, проведённую при сжатии пружины на 0,06м, если для сжатия её на 0,01м затрачивается работа 10дж.	**3.** Вычислить работу, проведённую при сжатии пружины на 0,05м, если для её сжатия на 0,01м затрачивается работа 12дж.

Порядок выполнения отчёта по практической работе

Выполнить задания 1-3.

Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Оформить отчёт по практической работе.

Образец отчёта по практической работе

Раздел.

Тема.

Учебная цель.

Название практической работы.

Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 9 «Основы теории вероятности и математической статистики»
Тема 9. 1 «Элементы теории вероятностей»

Практическая работа №45
«Вычисление вероятностей. Прикладные задачи»

Учебная цель: сформировать умение решать задачи на вероятность прикладного характера.

Образовательные результаты

сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:
Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. – М., 2009.
2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

<u>Определение.</u> Вероятностью события А называется отношение числа случаев, благоприятствующих событию А, к общему числу случаев.
Вероятность события А обозначают числом Р (А)
m- число случаев, благоприятствующих событию
А n-общее число случаев (n< ~) $P(A)=\frac{m}{n}$

Свойства:

Для любого события А, $0\leq P(A) \leq 1$, т.к. $0 \leq m \leq n$.
Вероятность достоверного события равна единице (для достоверного события m=n).
Вероятность невозможного события равна нулю (m=0).

Подсчет числа случаев осуществляется по формулам комбинаторики.
Правило сложения вероятностей.
<u>Теорема</u> Вероятность объединения несовместимых событий равна сумме их вероятностей
$(A_1 + A_2 + \cdots ..A_n)=P(A_1)+P(A_2) + P(A_n)$

Свойства:

Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме их вероятностей минус вероятность их совместного появления.
$P(A+B) =P(A) + P(B) – P(A \times B)$
Если события А,А2….Аn несовместны и образуют полную группу, то сумма их вероятностей равна 1.

$\sum_{i=1}^{n} P\ (A\,i) = 1$

Сумма вероятностей противоположных событий равна единице.

P(A)+P(A)=1

Условной вероятностью события A при наличие B называется вероятность события A, вычисленная при условии, что событие B произошло, обозначается $P_{\_}$ (A).

Определение. События A и B называются независимыми, если появление одного из них не меняет вероятности появления другого. В противном случае события A и B называются зависимыми.

Теорема умножения.

Вероятность совместного появления двух событий равна вероятности одного из них, умноженной на условную вероятность другого.

P(A×B) = P(A)×$P_{_}(B) = P(B)$Ч$P_{_}$(A)

Для независимых событий теорема умножения имеет вид:

P(A×B) = P(A)× P

Объединение событий A ∨ B – событие состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих хотя бы одному из событий A и B.

Пересечение событий A Λ B – событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих обоим событиям A и B.

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Что называется вероятностью?

Какой формулой вычисляется вероятность?

Дайте определение случайного события.

Свойства вероятностей.

Назовите формулы сложения, умножения вероятностей.

Приведите пример различных видов событий из жизни.

Задания для практического занятия:

вариант.

В группе иностранных туристов- 51 человек, среди них два француза. Для посещения маленького музея группу случайным образом делят на три подгруппы, одинаковые по численности. Найдите вероятность того, что французы окажутся в одной группе.

В среднем на 1000 аккумуляторов, поступивших в продажу – 7 неисправных. Найдите вероятность того, что один купленный аккумулятор окажется исправным.

В некоторой местности утро в мае бывает либо ясным, либо облачным. Наблюдения показали: Если майское утро ясное, то вероятность дождя в течении дня равна 0,6. Вероятность того, что утро в мае будет облачным – 0,4. Найдите вероятность того, что в случайно взятый майский день дождя не будет.

вариант.

Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся.

Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо - равна 0,05. Покупатель в магазине выбирает одну новую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет плохо.

В некоторой местности утро в июле может быть либо ясным, либо пасмурным. Наблюдения показали: Если июльское утро ясное, то вероятность дождя равна 0,1. Если июльское утро пасмурное, то вероятность дождя в течение дня равна 0,5. Вероятность того, что утро в июле будет пасмурным равна 0,2. Найдите вероятность того, что в случайно взятый июльский день дождя не будет.

Инструкция по выполнению практической работы.

По первой задаче I варианта разделите туристов на три подгруппы и присвойте французам номера 1 и 2. Комбинации равновозможны.
По первой задаче II варианта используйте свойства вероятностей-используйте формулу умножения вероятностей независимых событий
Во второй задаче I варианта все исходы подсчитать сложно, но легко подсчитать их количество.
Во второй задаче II варианта используется свойство вероятностей
В третьей задаче воспользуйтесь свойствами вероятностей противоположных событий и свойствами сложения и умножения

Порядок выполнения отчёта по практической работе

Выполнить задания 1-3.
Ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.
Оформить отчёт по практической работе.

Образец отчёта по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Ответы на вопросы для закрепления теоретического материала.

Раздел 9. «Элементы теории вероятностей и математической статистики».
Тема 9.2 «Элементы математической статистики».

Практическая работа №46
«Представление числовых данных. Прикладные задачи»

Учебная цель: сформировать первичные представления по математической статистике

Образовательные результаты

сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, статистических закономерностях в реальном мире, основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Колмогоров А.Н. и др. Алгебра и начала анализа. 10 (11) кл. – М., 2012.
Башмаков М.И. Алгебра и начала математического анализа (базовый уровень). 10 кл. – М., 2009.

2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Случайной величиной называется величина, которая в результате эксперимента может принимать различные значения, причем заранее неизвестно, какие именно.

Случайные величины бывают:

-дискретные;

-непрерывные.

Пример1.Представим себе, что мы проводим эксперимент, результат которого является одно из чисел $a_1,...,a_n$ и нам известны вероятности $p_1, ...p_n$ появления этих чисел. Дискретную случайную величину можно задать таблицей.

a_1	a_2	...	a_n
p_1	p_2	...	p_n

Если считать, что все возможные исходы известны, причем они являются несовместными, то вероятности $p_1,p_2...p_n$ в сумме должны давать 1.

Статистика занимается сбором, систематизацией и анализом экспериментальных данных.

Статистика бывает экономической, медицинской, демографической и т.д.

Статистические данные могут быть представлены в виде таблиц диаграмм, графически.

Пример 2.

название	Площ.	население	потность
Африка	30,4	965	31,74
Юж америка	17,8	572	32,13
Сев америка	24,5	339	13,84
Азия	43,8	4030	92,01
Австрал.	7,6	34	4,47

Вопросы:
Какую часть земной суши занимает Австралия?
Ответ: $\frac{7,6}{148} \approx 0,05$
Какую часть земли составляет население Африки?
Ответ: $\frac{965}{6671} \approx 0,14$
На сколько % возросло за пол века население Европы?
Ответ: $\frac{(731-605)}{605} \cdot 100\% \approx 21\%$
Основным методом статистики является выборочный метод. Вся совокупность явлений или объектов подлежащих статическому исследованию, называется генеральной совокупностью.

Пример 3. Генеральная совокупность − все бензоколонки России. Исследуемый признак − цена на 92$^{\text{ой}}$ бензин. Средние характеристики описывают положение всего числового набора в целом на числовой прямой. В статистике эту величину называют средним значением или выборочным средним.

Модой числового набора называют число, которое встречается наиболее часто. Моды в данных может вообще не быть.

Медиана − это число из числового набора, слева и справа от которого на числовой прямой лежит одинаковое количество чисел из этого набора.

Пример 4. Найдём среднее арифметическое и медиану цен на бензин, приведённых ниже.
22,4; 22,8; 22,4; 23,0; 22,5; 22,1; 22,5; 22,4; 22,95; 22,6.
(от 10 бензоколонок)
Решение.

(среднее арифметическое) = $\frac{22,4+22,8+22,4+23+32,5}{10} + \frac{32,1+32,5+22,4+22,95+22,6}{10} =$
=32,565

Чтобы найти медиану, упорядочим цены по возрастанию

$\left.\begin{matrix}22,1; 22,4; 22,4; 22,4; 22,5; \\ 22,5; 22,6; 22,8; 22,95; 23\end{matrix}\right\} \Rightarrow$ медиана равна 22,5

Чтобы получить представление поведение наблюдаемой величины, помимо средних характеристик надо знать характеристику разбора или рассеяние.

Размах – это разность наибольшего и наименьшего значений числового набора.
В предыдущем примере размах цен будет равен 23-22,1=0,9.

Пример 5. В лотерее разыгрывается автомобиль стоимостью 5000 ден.ед, каждый ,4 телевизора стоимостью 250 ден.ед, 5 фотоаппаратов стоимостью 200 ден.ед. Всего продается 1000 билетов по 7 ден.ед. Составить закон распределения чистого выигрыша, полученного участником лотереи, купившим один билет. Решение.

Возможный значения случайной величины X-число выигрыша на один билет равны 0-7 ден.ед (если билет не выиграл), 200-7=193, 250-7=243, 5000-7=4993 ден.ед (если на билет выпал выигрыш соответственно фотоаппарата, телевизора и машины). Учитывая, что из 1000 число явно выигрышей соотв. 5,4,1, и используя классическое определение вероятности, получим:

$P_{(x=7)}=\frac{990}{1000}=0{,}99$; $P_{(x=193)}=\frac{5}{1000}=0{,}005$;

$P_{(x=243)}=\frac{4}{1000}=0.004$; $P_{(x=4993)}=\frac{1}{1000}=0{,}001$.

Ряд распределения случайной величины X имеет вид:

x_n	7	193	243	4993
p_n	0,99	0,005	0,004	0,001

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Что изучает статистика?
Каковы первичные задачи статистики?
Дайте определение среднего арифметического, размаху, медиане и модам.
Что такое случайная величина?
Что за ряд распределения случайной величины?

Задания для практической работы.

Вариант

В течении четверти Таня получила следующие отметки по физике одну «2»; шесть «3»; три «4»; и пять «5».
Найдите среднее арифметическое и моду её оценок.

В таблице указанно кол-во книг, прочитанных каждым из учеников за летние каникулы

Аня	Витя	Игорь	Оля	Петя	Катя	Лена	Саш
8	10	6	1	0	8	5	3

Найдите среднее арифметическое, медиану, моду этого набора.

При каких значениях а в числовом наборе 1,2,3,4 а
а) медиана медиана будет равна 3?
б) среднее арифметическое будет равно 3?

Вариант

Президент компании получает зарплату 100000 руб. в месяц, четверо его заместителей получают 20000 руб., а 20 служащих – по 10000 руб. Найдите среднее арифметическое и медиану зарплаты в компании.
Ученик засекал в течении недели время, которое он тратит на дорогу в школу и из школы t=min;

день	пн	вт	ср	чт	пт	сб
В шк	19	20	21	17	22	24
Из шк	28	20	20	25	24	22

Поезда прибывают на станцию метро со следующем интервалом:
2 мин 8с ; 1мин 58с; 2мин 10с; 1мин 57с; 2мин 12с.

в) среднее арифметическое будет совпадать с медианой	Найдите среднее арифметическое и медиану интервалов движения поездов.

Общая: составьте портрет среднестатистического студента нашего колледжа с точки зрения статистики (можно взять свою группу).
Задача: проанализировать физиологические параметры, качество знаний, уровень общения, приоритетные предметы и т.д.
Ответ может быть отдельным в виде диаграмм .

Инструкция по выполнению практической работы:

необходимо хорошо прочесть теоретическую часть, определение всех основных понятий.

По первому заданию разберите пример 1,

По второму заданию разберите пример 3,

По третьему заданию разберите пример 5

Порядок выполнения отчёта по практической работе.

Выполнить задания 1-4.
Ответить на контрольные вопросы.
Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе.

Раздел
Тема
Учебная цель
Название
Ответы на контрольные вопросы.

Раздел 10. «Уравнения и неравенства»
Тема 10.1 «Уравнения и неравенства»

Практическая работа №47
«Решение уравнений и систем уравнений»

Учебная цель: сформировать и обобщить умение решать уравнения и системы уравнений.

Образовательные результаты

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.

2.Выполнить практическую работу.

3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

2.Рабочая тетрадь в клетку

3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.

4.Калькулятор простой.

5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы

Определение 1. Два уравнения с одной переменной *f(x)=g(x)* и *p(x)=h(x)* называют равносильными, если множества их корней совпадают.

Определение 2. Если каждый корень уравнения *f(x)=g(x)* является в тоже время корнем уравнения *p(x)=h(x)*, то уравнение второе называют следствием уравнения. Решение любого уравнения проходит в три этапа:

− технический. На этом этапе проводятся преобразования, ведущие к нахождению корня.

− анализ решения. Анализируя проведённые преобразования, отвечают на вопрос об отборе корней и их количестве.

− проверка.

Иногда при решении уравнений происходит потеря корней.

Есть 2 причины:

деление обеих частей уравнения на одно и тоже число;

сужение ОДЗ в процессе решение уравнения.

Рассмотрим общие методы решения уравнений.

Замена уравнения *h(f(x)) = h(g(x))* уравнением *f(x)=g(x)*.

Этот метод применяем:

при решении показательных уравнений, когда переходим от уравнения

при решении логарифмических уравнений, когда переходили от уравнения $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ к уравнению $f(x)=g(x)$;

- при решении иррациональных уравнений, когда переходили от уравнения $\sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{g(x)}$ к уравнению $f(x)=g(x)$.

Этот метод можно применять только в том случае, когда $y=h(x)$ − монотонная функция, которая каждое своё значение принимает по одному разу.

Метод разложения на множители.

Суть этого метода заключается в следующем: уравнение $f(x)g(x)h(x) = 0$ можно заменить совокупностью уравнений $f(x)=0$; $g(x)=0$; $h(x)=0$.

Решив уравнения этой совокупности, нужно взять те корни, которые принадлежат области определения, а остальные отбросите как посторонние. Пример 1.

Решить уравнения $x^3-7x+6=0$.

Решение: $x^3-x-6x+6=0.$

$x(x^2-1)-6(x-1)=0.$

$x(x-1)(x+1)-6(x-1)=0.$

$x(x-1)(x^2+x-6)=0.$

$x-1=0 \qquad x^2+x-6=0.$

$x=1 \qquad x_2=2.$

$x_3=-3.$

Ответ: $1;2;-3$.

3.Метод введения новой переменной.

Если уравнение $f(x)=0$ удалось преобразовать к виду $p(g(x))=0$, то нужно ввести новую переменную $u=g(x)$, решить уравнение $p(u)=0,$

$\Rightarrow g(x)=u_1; g(x)=u_2; \dots; g(x)=u_n$, где $u_1, u_2, \dots, u_n$ −корни уравнения $p(u)=0$.

Пример 2.

Решите уравнение: cos 2x-5sin x-3=0.

Решение: $u=\sin x$,

$\cos 2x =\cos^2 x - \sin^2 x = 1- \sin^2 x - \sin^2 x = 1-2u^2$

$1-2u^2 - 5u-3=0. \qquad \sin x = -\frac{1}{2}$

$-2u^2 - 5u-2=0. \qquad x = (-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$.

$u_1 = -\frac{1}{2}; u_2=-2. \qquad \sin x =-2, \varnothing$

Ответ: $(-1)^{n+1} \cdot \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in Z$.

Функционально - графический метод.

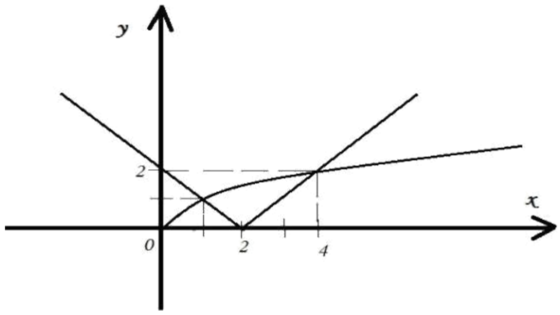
Чтобы решить графически уравнение $f(x)=g(x)$, нужно построить графики функций $y=f(x)$ b $y=g(x)$ и найти точки их пересечения. Корнями уравнения служат абсциссы этих точек.

Пример 3.

Решить уравнение $\sqrt{x} =|x-2|$

Решение. Графики функций $y=\sqrt{x}$ и $y=|x-2|$ постройте в одной координатной плоскости. Они пересекаются в точках $A(1;1)$ и $B(4;2)$

Значит, уравнение имеет два корня $x_1=1$ $x_2=4$. Ответ : 1;4.



Определение 1. Если поставлена задача - найти такие пары значений *(x;y)*, которые одновременно удовлетворяют уравнению *p(x;y)=0* и уравнению *g(x;y)=0*, то говорят, что данные уравнения образуют систему уравнений.

$$\begin{cases} p(x;y)=0 \\ g(x;y)=0 \end{cases}$$

Пару значений *(x;y)*, которая одновременно является решением первого и второго уравнения системы, называют решением системы.

Определение 2. Две системы называются равносильными, если они имеют одни и те же решения или решений нет.

Системы можно решить графически, методом алгебраического сложения, методом подстановки.

Пример 4.

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x+2y=-1 \\ 4^{x+y^2}=16 \end{cases}$$

Решение.

Решим способом подстановки:

$$\begin{cases} x=-2y-1 \\ 4^{-2y-1+y^2}=4^2 \end{cases};\ \begin{cases} -2y-1+y^2=2 \\ y^2-2y-3=0 \end{cases};\ \begin{cases} x=-2y-1 \\ y=3; y=-1 \end{cases};\quad \begin{cases} x_1=-2\cdot 3-1=-7 \\ x_2=-2\cdot(-1)-1=1 \end{cases}$$

Ответ: (-7;3)(1;-1)

Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Перечислите методы решений уравнений.

Что значит решить систему уравнений?

Объясните алгоритм решения систем уравнений способом подстановки.

Перечислите методы решения квадратного уравнения.

Задания для практической работы.

I Вариант	**II Вариант**
Решите уравнение	
$x^3-9x^2+20x=0$	$x^3+x^2-9x-9=0$
Решите уравнение методом введения новой переменной.	
$log_2^2x+12=7log_2x$	$lg^2x^2+lg10x-6=0$
:Докажите, что уравнение не имеет корней	
$\sqrt{7x-6}=x$	$\sqrt{6x-11}=x-1$

4.Решите систему уравнений методом алгебраического сложения

$$\begin{cases} 2\sqrt{x} - 3\sqrt{y} = 1 \\ 3\sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 4 \end{cases} \qquad \begin{cases} x + y^2 = 2 \\ 2y^2 + x^2 = 3 \end{cases}$$

Инструкция по выполнению практической работы.

первом задании используйте метод разложения на множители. Посмотрите пример 1.
Во втором задании − метод введения новой переменной.
Не забудьте учитывать область определения этого уравнения.
третьем задании используйте алгоритм решения иррационального уравнения: возведение обеих частей в квадрат, решение, проверке.
четвёртом задании используйте метод алгебраического сложения.

Порядок выполнения отчёта по практической работе

Выполнить задания 1-4.
Ответить на контрольные вопросы.
Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Ответы на вопросы.

Тема 10.1 «Уравнения и неравенства»

Практическая работа №48
«Использование свойств и графиков функций для решения уравнений и неравенств»

Учебная цель: сформировать умение использование графиков функций для решения уравнений и неравенств.

Образовательные результаты

владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных, степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств

Задачи практической работы:

1.Изучить теоретический материал.
2.Выполнить практическую работу.
3.Сдать отчет по практической работе.

Обеспеченность занятия (средства обучения):

1.Учебно-методическая литература:

Алимов Ш.А. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа (базовый и углубленный уровни).10—11 классы. — М., 2014.

Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С.Б. и др. Математика: алгебра и начала математического анализа. Геометрия. Геометрия (базовый и углубленный уровни). 10—11 классы. — М., 2014.

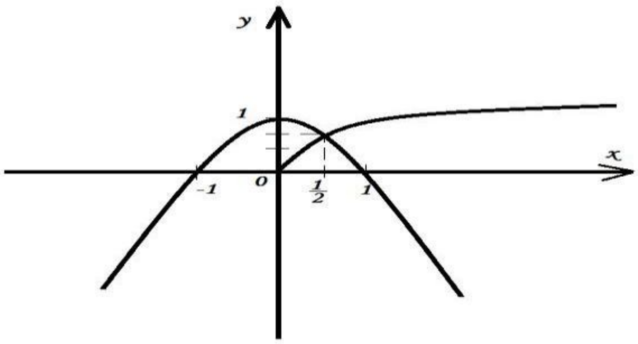
Башмаков М.И. Математика: учебник для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Башмаков М.И. Математика. Сборник задач профильной направленности: учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. — М., 2014.

Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. Часть I, Часть II. – М., «Мнемозина»,2011.

2.Рабочая тетрадь в клетку
3.Раздаточные материалы: карточки-задания, инструкционные карты – 20 штук.
4.Калькулятор простой.
5.Ручка.

Краткие теоретические и учебно-методические материалы по теме практической работы



Если графики функций пересекаются в одной точке, то уравнение имеет один корень, если в двух, то два решения.
Если графики не пересекаются, то уравнение не имеет корней. Пример 1.

Выяснить с помощью графиков, сколько корней имеет уравнение $\sqrt{x} = 1 - x^2$ / Найти приближённое значение этих корней.

Решение: Построим на одном рисунке $y = \sqrt{x}$ и $y = 1 - x^2$, используя свойства этих функций.

Графики пересекаются в одной точке (≈0,5; ≈0,75)

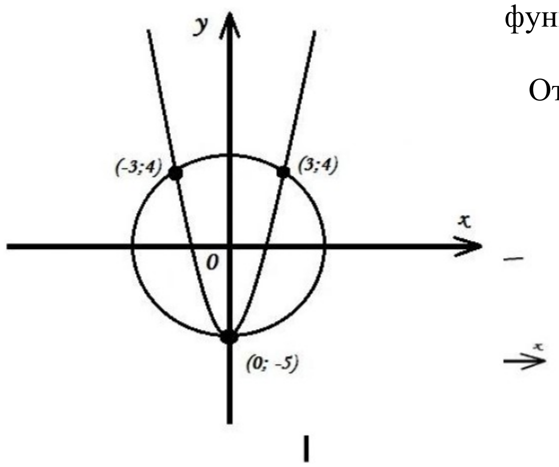
Ответ: *x≈0.5*.

Пример 2.

Решите неравенство $\sqrt{x+3} > x+1$

Решение. Неравенство удобно решить графически.

Построим на одном чертеже графики функций $y = \sqrt{x+3}$ и $y = x+1$, используя свойства функций.

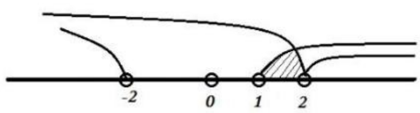


Ответ: $-3 \le x < 1$

Пример 3.

Решить неравенство $\left(\frac{2}{5}\right)^{\sqrt{2-x}} > \left(\frac{2}{5}\right)^{x}$

Решение. Неравенство показательное, т.к. $0 < \frac{2}{5} < 1$, то данное неравенство равносильно неравенству $\sqrt{2-x} < x$, область определения которого − промежуток $x \le 2$. При $x \le 0$ оно не имеет решений, т.к. $\sqrt{2-x} \ge 0$, итак, решения неравенства содержится в промежутке $0 < x \le 2$. Возводя неравенство $\sqrt{2-x} < x$ с обеими положительными частями в квадрат, получаем $2 - x < x^2$, $x^2 + x - 2 > 0 \Rightarrow x < -2$ или $x > 1$.



Первый способ графического решения квадратного уравнения заключается в построении параболы $y=ax^2 + bx + c$ и нахождении корней уравнения $ax^2+bx+c=0$ как абсцисс точек пересечения параболы с осью Ox.

Если парабола пересекает ось Ox в двух точках, то соответствующее уравнение имеет два действительных корня;

если парабола касается оси Ox, то уравнение имеет два равных действительных корня;

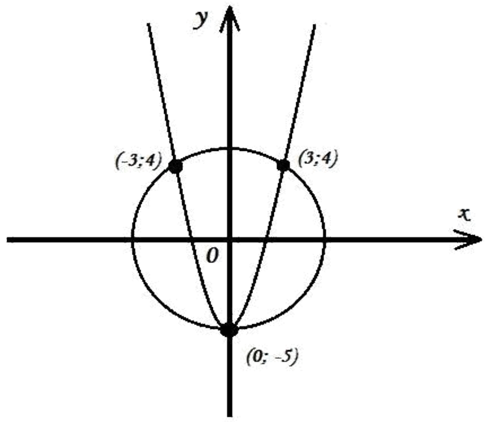
наконец, если парабола не пересекает Ось Ox, то уравнение не имеет действительных корней.

Второй способ графического решения квадратного уравнения заключается в том, что уравнение в виде $\begin{cases} y = ax^2 \\ y = -bx - c \end{cases}$

Пример 4.

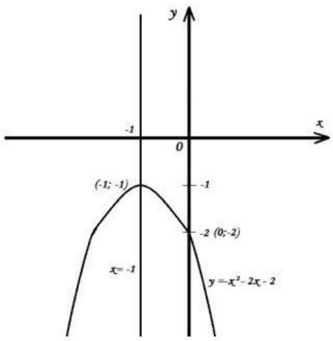
Решите графически $\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y = x^2 - 5 \end{cases}$

Парабола и окружность пересекаются в точках: $(-3;4)$; $(0; -5)$ и $(3; 4)$.



Ответ: *(-3;4)*; *(0; -5)*; *(3; 4)*.

Пример 5.
Решить неравенство $-x^2 - 2x - 2 < 0$.
Рассмотрим функцию $y = -x^2 - 2x - 2$
Ветви параболы направлены вниз, т.к. $a = -1 < 0$. Имеем $D = b^2 - 4ac =$
$(-2)^2 - 4(-1)\cdot(-2) = -4 < 0$ => функция не имеет корней. Находим координаты вершины параболы: $x = \frac{-b}{2a} = \frac{-2}{2\cdot(-1)} = -1$,
$y(-1) = -(-1)^2 - 2(-1) - 2 = -1$. Уравнение оси симметрии есть $x = -1$.
С осью *Oy* парабола пересекается в точке *(0; −2)*.
Для всех значениях аргумента функции $y = -x^2 - 2x - 2$ принимает отрицательные значения => $-\infty < x < \infty$. Если бы мы решали неравенство $-x^2 - 2x - 2 > 0$, то оно не имело бы решений, т.к. $y = -x^2 - 2x - 2$ не может принимать положительные значения.



Вопросы для закрепления теоретического материала к практическому занятию:

Перечислите алгоритм построения параболы.
Перечислите свойства показательной функции.
Схематически постройте функции $y = \frac{k}{x}; y = kx + b; y = kx; y = \sqrt{x}$.
Перечислите свойства логарифмической функции.
Схематически постройте $y = x^{\frac{1}{2}}, y = x^4, y = x^{\frac{1}{5}}$

Задания для практической работы.

I Вариант **II Вариант**

Решите неравенство графически

$-x^2+6x-5\geq 0$ $-x^2+6x-9<0$

Решите графически систему уравнений.

$\begin{cases} x-2y-8=0 \\ x-y-6=0 \end{cases}$ $\begin{cases} xy=-2 \\ x+y=1 \end{cases}$

Решить графически уравнение.

$\left(\frac{1}{3}\right)^x = x-\frac{2}{3}$ $\left(\frac{1}{2}\right)^x < x-\frac{1}{2}$

Инструкция по выполнению практической работы.

По выполнению 1 задания прочитайте теоретическую связь и разберите пример 5.
Чтобы решить 2-ое задание, надо выразить *y* из каждого уравнения, посмотреть какие графики и какие функции.
Постройте графики в одной координатной плоскости, запишите ответ.
При решении третьего задания используйте свойства показательной функции и линейной функции.
Постройте графики в одной координатной плоскости, запишите ответ.

Порядок выполнения отчёта по практической работе

Выполнить задания.
Ответьте на контрольные вопросы.
Оформить отчёт.

Образец отчёта по практической работе

Раздел.
Тема.
Учебная цель.
Название практической работы.
Ответы на вопросы.