

Государственное бюджетное профессиональное образовательное
учреждение Самарской области
«Тольяттинский социально-экономический колледж»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
по выполнению практических занятий
по дисциплине

ОП.03 Основы технической механики

основной профессиональной образовательной программы
подготовки

квалифицированных рабочих и служащих

*15.01.37 Слесарь по контрольно-измерительным приборам и
автоматике*

для студентов очной формы обучения

Тольятти, 2024

Составлено в соответствии с требованиями ФГОС к результатам образовательной программы подготовки квалифицированных рабочих, служащих по профессии *15.01.37 Слесарь по контрольно-измерительным приборам и автоматике*

Составитель: Дюгаева О.А, преподаватель

Пояснительная записка

Назначение методических указаний

Настоящий сборник является методическим пособием для проведения практических занятий по программе учебной дисциплины Техническая механика для специальности *15.02.13 Техническое обслуживание и ремонт систем вентиляции и кондиционирования* дневной формы обучения. Сборник содержит описание заданий и порядок их выполнения.

Рабочей программой учебной дисциплины Техническая механика предусмотрено выполнение следующих практических работ:

1. «Определение равнодействующей плоской системы сходящихся сил геометрическим и аналитическим способами».
2. «Определение опорных реакций двухопорных балок».
3. «Определение центра тяжести плоской фигуры аналитическим способом».
4. «Определение характеристик движения: скорости, ускорения».
5. «Расчеты на прочность при растяжении и сжатии».
6. «Расчеты соединений на прочность при срезе и смятии».
7. «Расчеты на прочность и жесткость при кручении».
8. «Расчеты на прочность при изгибе».
9. «Кинематический и силовой расчет многоступенчатой передачи».

В результате выполнения практических заданий (работ), обучающийся должен уметь:

- производить расчёты механических передач и простейших сборочных единиц;
- читать кинематические схемы;
- определять напряжения в конструкционных элементах;

знать:

- основы технической механики;
- виды механизмов, их кинематические и динамические характеристики;
- методику расчета элементов конструкции на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах деформации;
- основы расчетов механических передач и простейших сборочных единиц общего назначения.

Общие правила выполнения практических заданий

1. Каждый обучающийся после выполнения задания должен представить отчет о проделанной работе с анализом полученных результатов и выводом.
2. Отчет о проделанной работе следует оформить в тетради для практических занятий. Содержание отчета указано в описании выполнения практического задания.
3. Таблицы и рисунки следует выполнять с помощью чертежных инструментов.
4. В расчетах обязательно указывать буквенные обозначения величин и единицы измерения.
5. Расчет следует проводить с точностью до двух значащих цифр после запятой.

6. Если обучающийся не выполнил практическое задание, то он может выполнить его во внеурочное время, согласованное с преподавателем.
7. Оценку по практическому занятию обучающийся получает с учетом срока выполнения работы, если:
 - расчеты выполнены правильно и в полном объеме;
 - сделан вывод по результатам работы;
 - обучающийся может пояснить выполнение любого этапа работы;
 - отчет выполнен в соответствии с требованиями к выполнению практического задания.

Практическая работа №1

Тема: «Определение равнодействующей плоской системы сходящихся сил геометрическим и аналитическим способами».

Цель занятия: Научиться определять равнодействующую по правилу геометрического сложения и проверка аналитическим способом. Сопоставление результатов.

Необходимые материалы и оборудование:

1. Тетрадь для практических занятий.
2. Методические указания по выполнению практических занятий по дисциплине «Техническая механика».
3. Линейка, карандаш, транспортир, рейсшина, калькулятор.

Порядок выполнения задания:

1. Повторить тему «Плоская система сходящихся сил».
2. По номеру в журнале выписать из таблицы величины и направления векторов.
3. Определить равнодействующую силу геометрическим способом:
 - а) выбрать масштаб;
 - б) изобразить векторы в выбранном масштабе с заданным направлением;
 - в) сложить вектора, пользуясь правилом геометрического сложения;
 - г) измерить отрезок АЕ и определить величину равнодействующей.
4. Определить равнодействующую аналитическим способом:
 - а) определить проекции каждого вектора на ось X;
$$\sum R_x = F_{x1} + F_{x2} + F_{x3} + F_{x4}$$
 - б) определить алгебраическую сумму проекций векторов на ось X
 - в) определить проекции векторов на ось Y;
$$\sum R_y = F_{y1} + F_{y2} + F_{y3} + F_{y4}$$
 - г) определить алгебраическую сумму проекций векторов на ось Y;
$$R_{\Sigma} = \sqrt{\sum R_x^2 + \sum R_y^2}$$
 - д) по теореме Пифагора определить модуль равнодействующей силы;
 - е) определить угол наклона равнодействующей силы к оси X;
$$\cos \alpha = \frac{\sum R_x}{R}$$
5. Сравнить результаты построения (пункт 3.г) и расчета равнодействующей силы (пункт 4.д)
6. Сформулировать вывод.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ

Силы называются сходящимися, если их линии действия пересекаются в одной точке.

Различают плоскую систему сходящихся сил, когда линия действия всех данных сил лежит в одной плоскости, и пространственную систему сходящихся сил, когда линии действия сил лежат в разных плоскостях.

Эта система эквивалентна одной силе (равнодействующей) и стремится придать телу (в случае если точка схода всех сил совпадает с центром тяжести тела) прямолинейное движение. Равновесие тела будет иметь место в случае равенства равнодействующей нулю.

Геометрическим условием равновесия является замкнутость многоугольника, построенного из сил системы, аналитическим условием – равенство нулю алгебраических сумм проекций сил на любые две взаимно перпендикулярные оси. Следует получить твердые навыки в решении задач на равновесие тел, обратив особое внимание на рациональный выбор направления координатных осей.

Равнодействующей силой плоской системы сходящихся сил называется сила, действующая на тело так, как эта система сил.

Равнодействующую сходящихся сил можно определять двумя способами: графическим и аналитическим.

Графический способ заключается в построении векторной суммы сил, входящих в заданную систему. Для этого в выбранном масштабе с соблюдением направлений вычерчиваем векторы сил заданной системы один за другим так, чтобы конец предыдущего вектора являлся началом последующего. Порядок вычерчивания сил на результат не влияет.

Замыкающая сторона силового многоугольника, направленная от начала первой силы к концу последней силы изображает в выбранном масштабе равнодействующую данной системы сходящихся сил.

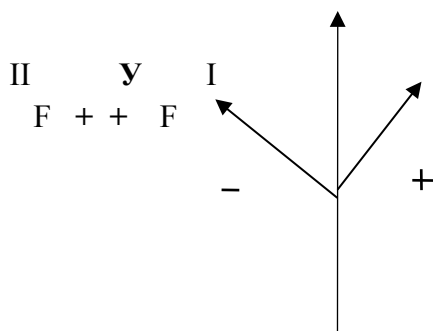
Таким образом, *равнодействующая плоской системы сходящихся сил (ПССС) равна геометрической сумме всех сил, входящих в систему, и равна замыкающей стороне силового многоугольника, построенного на силах, как на сторонах и направлена из начала первого к концу последнего вектора силы.*

Аналитический способ определения равнодействующей заключается в определении проекций равнодействующей силы на оси X и Y. Для этого определяем проекции всех заданных векторов на эти оси и находим их алгебраические суммы.

Модуль равнодействующей силы определяется по проекциям с помощью теоремы

Пифагора $R_{\Sigma} = \sqrt{\sum R_x^2 + \sum R_y^2}$

Проекция вектора на ось равна произведению модуля этого вектора на косинус острого угла между вектором и рассматриваемой осью, взятая со знаком плюс или минус в зависимости от четверти расположения вектора (рисунок 1.1).



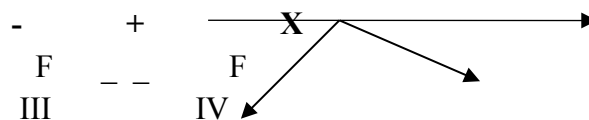


Рис. 1.1

Методические указания по выполнению задания:

Порядок выполнения работы:

По исходным данным выполнить следующие расчеты:

- 1) Определить равнодействующую геометрическим способом;
- 2) Определить равнодействующую аналитическим способом;
- 3) Определить проекции всех сил системы на ось ОХ;
- 4) Определить проекции всех сил системы на ось ОУ;
- 5) Определить модуль равнодействующей по величине проекции;
- 6) Определить значение угла равнодействующей с осью ОХ геометрическим способом;
- 7) Определить значение угла равнодействующей с осью ОУ аналитическим способом.

Пример расчета

$$\begin{aligned}
 F_1 &= 20 \text{ кН} \\
 F_2 &= 5 \text{ кН} \\
 F_3 &= 10 \text{ кН} \\
 F_4 &= 15 \text{ кН} \\
 F_5 &= 10 \text{ кН}
 \end{aligned}$$

Рис. 1.2

1. Определение равнодействующей геометрическим способом.

Используя свойства векторной суммы сил, вычерчиваем векторы сил в масштабе 1 мм = 1 кН последовательно друг за другом.

Равнодействующей вектор соединяет начало первого вектора с концом последнего и направлен ему навстречу.

С помощью линейки определяем модуль равнодействующей силы, а транспортира угол наклона к её оси.

$$R_{\Sigma \text{гр}} = 16,5 \text{ кН} \quad \alpha_{\Sigma \text{х}} = 79^\circ.$$

2. Определение равнодействующей аналитическим способом:

а) Определяем проекции всех сил системы на ось Ox :

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos 0^\circ = 20 \cdot 1 = 20 \text{ кН}$$

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos 60^\circ = 5 \cdot 0,5 = 2,5 \text{ кН}$$

$$F_{3x} = F_3 \cdot \cos 75^\circ = 10 \cdot 0,26 = 2,6 \text{ кН}$$

$$F_{4x} = - F_4 \cdot \cos 30^\circ = - 15 \cdot 0,866 = - 13 \text{ кН}$$

$$F_{5x} = - F_5 \cdot \cos 30^\circ = - 10 \cdot 0,866 = - 8,66 \text{ кН}$$

Сложив алгебраические проекции получим проекцию равнодействующей на ось Ox :

$$R_x = F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + F_{4x} + F_{5x}; F_{\Sigma x} = 20 + 2,5 + 2,6 - 13 - 8,66 = 3,44 \text{ кН.}$$

Знак проекции соответствует направлению вправо.

б) Определяем проекции всех сил системы на ось Oy :

$$F_{1y} = F_1 \cdot \cos 90^\circ = 20 \cdot 0 = 0$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \cos 30^\circ = 5 \cdot 0,866 = 4,33 \text{ кН}$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \cos 15^\circ = 10 \cdot 0,966 = 9,66 \text{ кН}$$

$$F_{4y} = F_4 \cdot \cos 60^\circ = 15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ кН}$$

$$F_{5y} = - F_5 \cdot \cos 60^\circ = - 10 \cdot 0,5 = - 5 \text{ кН}$$

Сложив алгебраические проекции получим проекцию равнодействующей на ось Oy :

$$R_y = F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + F_{4y} + F_{5y}; F_{\Sigma y} = 0 + 4,33 + 9,66 + 7,5 - 5 = 16,49 \text{ кН.}$$

Знак проекции соответствует направлению вверх.

в) Определяем модуль равнодействующей по величине проекции:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}; R = \sqrt{3,44^2 + 16,49^2} = \sqrt{283,75} = 16,8 \text{ кН}$$

г) Определяем значение угла равнодействующей с осью Ox :

$$\cos \alpha_x = \frac{R_x}{R}; \cos \alpha_x = \frac{3,44}{16,8} = 0,2048; \alpha'_x = 78^\circ 11'$$

и определяем значения угла равнодействующей с осью Oy :

$$\cos \alpha_y = \frac{R_y}{R}; \cos \alpha_y = \frac{16,49}{16,8} = 0,9815; \alpha'_y = 11^\circ$$

$$\rho = \frac{R_{ан} - R_{сп}}{R_{ан}} * 100 \%$$

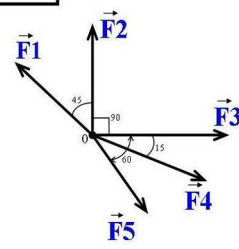
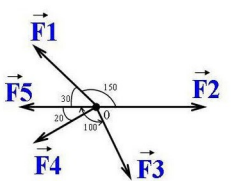
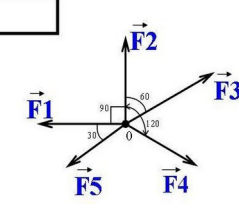
$$\rho = \frac{16,8 - 16,5}{16,8} * 100 \% \approx 2 \% < 5 \%$$

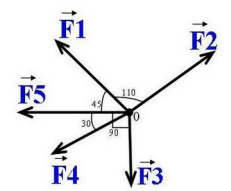
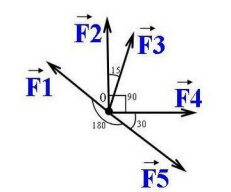
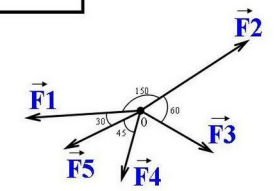
Вывод: равнодействующая определена правильно.

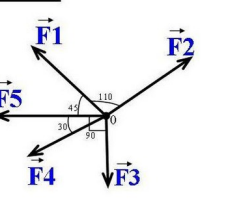
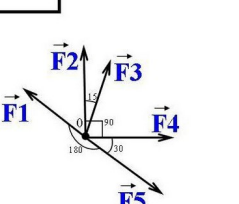
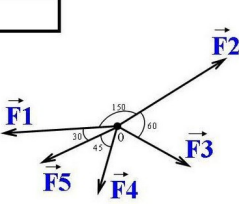
ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

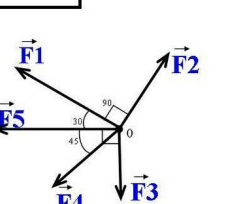
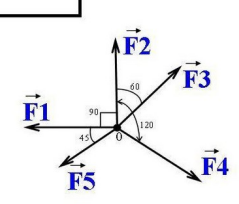
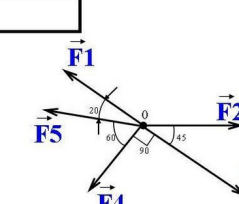
Рисунок 1

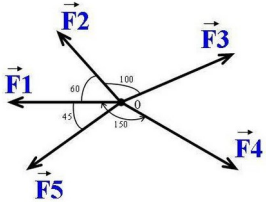
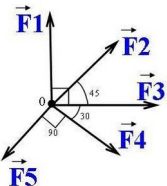
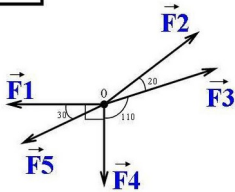
<div>Вариант № 1.</div>	<table> <tr><th>F_x</th><th>Сила</th></tr> <tr><td>F1</td><td>10Н</td></tr> <tr><td>F2</td><td>25Н</td></tr> <tr><td>F3</td><td>42Н</td></tr> <tr><td>F4</td><td>50Н</td></tr> <tr><td>F5</td><td>70Н</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	F_x	Сила	F1	10Н	F2	25Н	F3	42Н	F4	50Н	F5	70Н		
F_x	Сила														
F1	10Н														
F2	25Н														
F3	42Н														
F4	50Н														
F5	70Н														
<div>Вариант № 2.</div>	<table> <tr><td>F1</td><td>40Н</td></tr> <tr><td>F2</td><td>20Н</td></tr> <tr><td>F3</td><td>35Н</td></tr> <tr><td>F4</td><td>50Н</td></tr> <tr><td>F5</td><td>80Н</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	F1	40Н	F2	20Н	F3	35Н	F4	50Н	F5	80Н				
F1	40Н														
F2	20Н														
F3	35Н														
F4	50Н														
F5	80Н														
<div>Вариант № 3.</div>	<table> <tr><td>F1</td><td>30Н</td></tr> <tr><td>F2</td><td>45Н</td></tr> <tr><td>F3</td><td>60Н</td></tr> <tr><td>F4</td><td>70Н</td></tr> <tr><td>F5</td><td>25Н</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	F1	30Н	F2	45Н	F3	60Н	F4	70Н	F5	25Н				
F1	30Н														
F2	45Н														
F3	60Н														
F4	70Н														
F5	25Н														
<div>Вариант № 4.</div>	<table> <tr><th>F_x</th><th>Сила</th></tr> <tr><td>F1</td><td>10Н</td></tr> <tr><td>F2</td><td>80Н</td></tr> <tr><td>F3</td><td>55Н</td></tr> <tr><td>F4</td><td>40Н</td></tr> <tr><td>F5</td><td>30Н</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	F_x	Сила	F1	10Н	F2	80Н	F3	55Н	F4	40Н	F5	30Н		
F_x	Сила														
F1	10Н														
F2	80Н														
F3	55Н														
F4	40Н														
F5	30Н														
<div>Вариант № 5.</div>	<table> <tr><td>F1</td><td>70Н</td></tr> <tr><td>F2</td><td>25Н</td></tr> <tr><td>F3</td><td>60Н</td></tr> <tr><td>F4</td><td>50Н</td></tr> <tr><td>F5</td><td>40Н</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	F1	70Н	F2	25Н	F3	60Н	F4	50Н	F5	40Н				
F1	70Н														
F2	25Н														
F3	60Н														
F4	50Н														
F5	40Н														
<div>Вариант № 6.</div>	<table> <tr><td>F</td><td>40Н</td></tr> <tr><td>F</td><td>25Н</td></tr> <tr><td>F</td><td>55Н</td></tr> <tr><td>F</td><td>70Н</td></tr> <tr><td>F</td><td>60Н</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	F	40Н	F	25Н	F	55Н	F	70Н	F	60Н				
F	40Н														
F	25Н														
F	55Н														
F	70Н														
F	60Н														
<div>Вариант № 7.</div>	<table> <tr><th>F_x</th><th>Сила</th></tr> <tr><td>F1</td><td>30Н</td></tr> <tr><td>F2</td><td>50Н</td></tr> <tr><td>F3</td><td>80Н</td></tr> <tr><td>F4</td><td>45Н</td></tr> <tr><td>F5</td><td>40Н</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	F_x	Сила	F1	30Н	F2	50Н	F3	80Н	F4	45Н	F5	40Н		
F_x	Сила														
F1	30Н														
F2	50Н														
F3	80Н														
F4	45Н														
F5	40Н														
<div>Вариант № 8.</div>	<table> <tr><td>F1</td><td>25Н</td></tr> <tr><td>F2</td><td>40Н</td></tr> <tr><td>F3</td><td>60Н</td></tr> <tr><td>F4</td><td>80Н</td></tr> <tr><td>F5</td><td>55Н</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	F1	25Н	F2	40Н	F3	60Н	F4	80Н	F5	55Н				
F1	25Н														
F2	40Н														
F3	60Н														
F4	80Н														
F5	55Н														
<div>Вариант № 9.</div>	<table> <tr><td>F1</td><td>40Н</td></tr> <tr><td>F2</td><td>50Н</td></tr> <tr><td>F3</td><td>70Н</td></tr> <tr><td>F4</td><td>35</td></tr> <tr><td>F5</td><td>80Н</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	F1	40Н	F2	50Н	F3	70Н	F4	35	F5	80Н				
F1	40Н														
F2	50Н														
F3	70Н														
F4	35														
F5	80Н														
<div>Вариант № 10.</div>	<table> <tr><th>F_x</th><th>Сила</th></tr> <tr><td>F1</td><td>20Н</td></tr> <tr><td>F2</td><td>40Н</td></tr> <tr><td>F3</td><td>80Н</td></tr> <tr><td>F4</td><td>60Н</td></tr> <tr><td>F5</td><td>55Н</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	F_x	Сила	F1	20Н	F2	40Н	F3	80Н	F4	60Н	F5	55Н		
F_x	Сила														
F1	20Н														
F2	40Н														
F3	80Н														
F4	60Н														
F5	55Н														
<div>Вариант № 11.</div>	<table> <tr><td>F1</td><td>45Н</td></tr> <tr><td>F2</td><td>50Н</td></tr> <tr><td>F3</td><td>75Н</td></tr> <tr><td>F4</td><td>60Н</td></tr> <tr><td>F5</td><td>20Н</td></tr> <tr><td></td><td></td></tr> </table>	F1	45Н	F2	50Н	F3	75Н	F4	60Н	F5	20Н				
F1	45Н														
F2	50Н														
F3	75Н														
F4	60Н														
F5	20Н														
<div>Вариант № 12.</div>	<table> <tr><td>F1</td><td>35Н</td></tr> <tr><td>F2</td><td>80Н</td></tr> <tr><td>F3</td><td>60Н</td></tr> <tr><td>F4</td><td>55Н</td></tr> <tr><td>F5</td><td>40Н</td></tr> <tr><td></td><td>9</td></tr> </table>	F1	35Н	F2	80Н	F3	60Н	F4	55Н	F5	40Н		9		
F1	35Н														
F2	80Н														
F3	60Н														
F4	55Н														
F5	40Н														
	9														

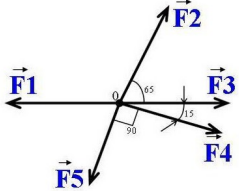
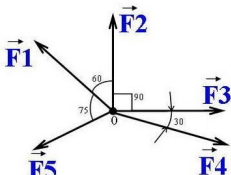
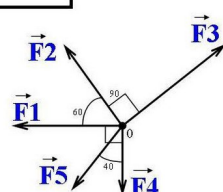
Вариант № 13.		F_x	Сила
	F_1	10Н	
	F_2	40Н	
	F_3	75Н	
	F_4	40Н	
	F_5	55Н	
Вариант № 14.		F_1	40Н
	F_2	50Н	
	F_3	80Н	
	F_4	60Н	
	F_5	35Н	
Вариант № 15.		F_1	45Н
	F_2	80Н	
	F_3	60Н	
	F_4	50Н	
	F_5	70Н	

Вариант № 16.		F_x	Сила
	F_1	25Н	
	F_2	40Н	
	F_3	80Н	
	F_4	60Н	
	F_5	55Н	
Вариант № 17.		F_1	40Н
	F_2	55Н	
	F_3	80Н	
	F_4	40Н	
	F_5	65Н	
Вариант № 18.		F_1	80Н
	F_2	70Н	
	F_3	20Н	
	F_4	40Н	
	F_5	50Н	

Вариант № 16.		F_x	Сила
	F_1	25Н	
	F_2	40Н	
	F_3	80Н	
	F_4	60Н	
	F_5	55Н	
Вариант № 17.		F_1	40Н
	F_2	55Н	
	F_3	80Н	
	F_4	40Н	
	F_5	65Н	
Вариант № 18.		F_1	80Н
	F_2	70Н	
	F_3	20Н	
	F_4	40Н	
	F_5	50Н	

Вариант № 19.		F_x	Сила
	F_1	80Н	
	F_2	40Н	
	F_3	50Н	
	F_4	40Н	
	F_5	35Н	
Вариант № 20.		F_1	75Н
	F_2	60Н	
	F_3	40Н	
	F_4	55Н	
	F_5	55Н	
Вариант № 21.		F_1	45Н
	F_2	60Н	
	F_3	80Н	
	F_4	50Н	
	F_5	60Н	

Вариант № 22.		F_x	Сила
		F_1	45Н
		F_2	50Н
		F_3	80Н
		F_4	60Н
		F_5	40Н
Вариант № 23.		F_1	80Н
		F_2	20Н
		F_3	45Н
		F_4	60Н
		F_5	55Н
Вариант № 24.		F_1	45Н
		F_2	60Н
		F_3	75Н
		F_4	80Н
		F_5	40Н

Вариант № 25.		F_x	Сила
		F_1	60Н
		F_2	75Н
		F_3	30Н
		F_4	45Н
		F_5	30Н
Вариант № 26.		F_1	80Н
		F_2	70Н
		F_3	40Н
		F_4	60Н
		F_5	40Н
Вариант № 27.		F_1	30Н
		F_2	80Н
		F_3	65Н
		F_4	30Н
		F_5	55Н

Практическая работа №2

Определение опорных реакций двухопорных балок

Тема: Статика. Плоская система произвольно расположенных сил.

Цель занятия: Приобретение навыков определения реакций опор балок и умения составлять уравнения равновесия согласно условиям равновесия.

Необходимые материалы и оборудование:

1. Тетрадь для практических занятий.
2. Методические указания по выполнению практических занятий по дисциплине «Техническая механика».
3. Линейка, карандаш, калькулятор.

Порядок выполнения задания:

1. Изобразить схему в соответствии с вариантом.
2. Заменить опоры их реакциями.
3. Составить расчетную схему балки.
4. Составить уравнение равновесия: $\sum M_A = 0$; $\sum M_B = 0$; $\sum F_{kx} = 0$.
5. Из уравнений равновесия найти неизвестные реакции опор.
6. Провести проверку правильности решения, составив уравнения $\sum F_{ky} = 0$.
7. Записать ответы.
8. Вывод.

Методические указания по выполнению задания:

Моментом силы относительно точки называется произведение модуля силы на плечо, т.е. на длину перпендикуляра, восстановленного из точки, относительно которой берется момент, к линии действия силы.

Момент принято считать положительным, если он стремится повернуть тело по часовой стрелке, и отрицательным, если его действие направлено в противоположную сторону.

Следует обратить внимание на то, что момент силы относительно точки равен нулю в том случае, когда линия действия силы проходит через эту точку.

Решение задач можно упростить путем рационального выбора направления координатных осей и положения центров моментов. В качестве центра моментов целесообразно выбирать точки пересечения неизвестных сил.

Пример расчета

1. Изображаем тело, равновесие которого должно быть рассмотрено, отбросив связи, как показано на рисунке 2.1.

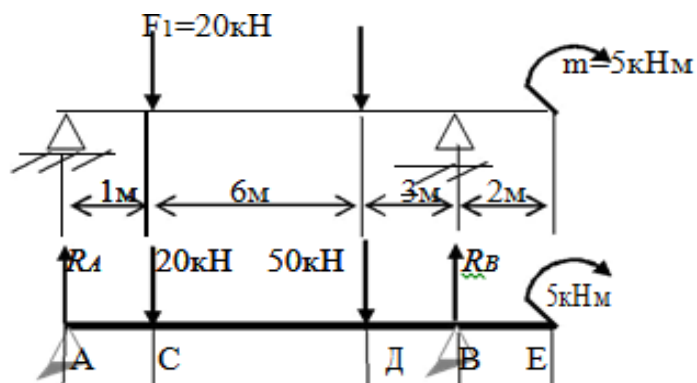


Рис.2.1

2. Прикладываем известные F_1 , F_2 , M , и искомые реакции связей R_A и R_B , вместо отброшенных опор.
3. Составляем уравнение равновесия:

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 0; \\ -F_1 \cdot 1 - F_2 \cdot 7 + R_B \cdot 10 - m &= 0 \\ -20 \cdot 1 - 50 \cdot 7 + R_B \cdot 10 - 5 &= 0\end{aligned}$$

$$R_B = \frac{20 \cdot 1 + 50 \cdot 7 + 5}{10} = 37,5 \text{ kN}$$

4. Составляем уравнение равновесия:

$$\begin{aligned}\sum M_B &= 0; \\ -R_A \cdot 10 + F_1 \cdot 9 + F_2 \cdot 3 - m &= 0 \\ -R_A \cdot 10 + 20 \cdot 9 + 50 \cdot 3 - 5 &= 0\end{aligned}$$

$$R_A = \frac{20 \cdot 9 + 50 \cdot 3 - 5}{10} = 32,5 \text{ kN}$$

5. Проверяем правильность полученных результатов по уравнению, которое не было использовано при решении

$$\sum X = 0; R_A - F_1 - F_2 + R_B + 32,5 = 20 - 50 + 37,5 = 0$$

Ответ: $R_A = 32,5 \text{ kH}$; $R_B = 37,5 \text{ kH}$

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

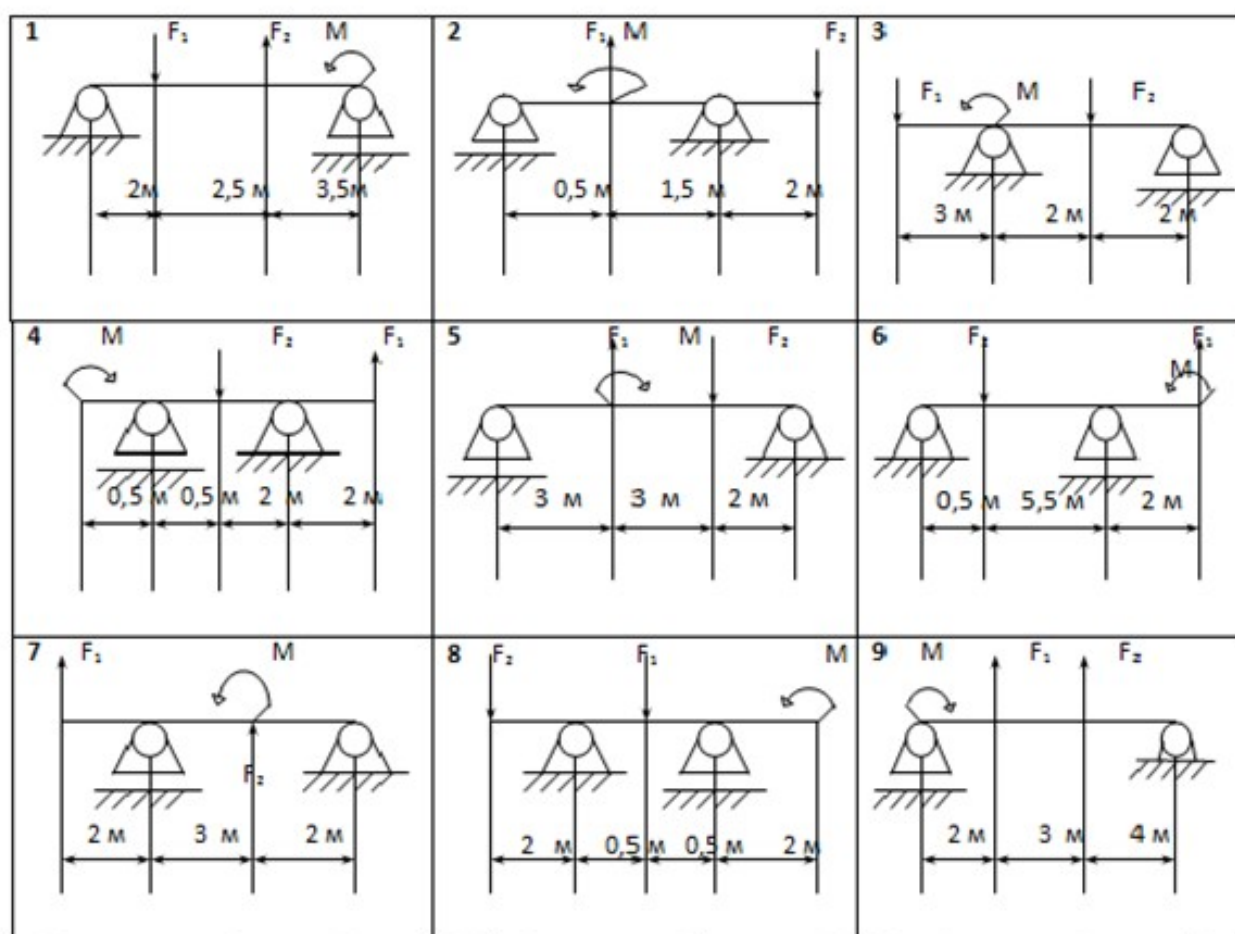
Определить реакции опор балки на двух опорах. Схему выбрать в соответствии с номером студента по списку в журнале.

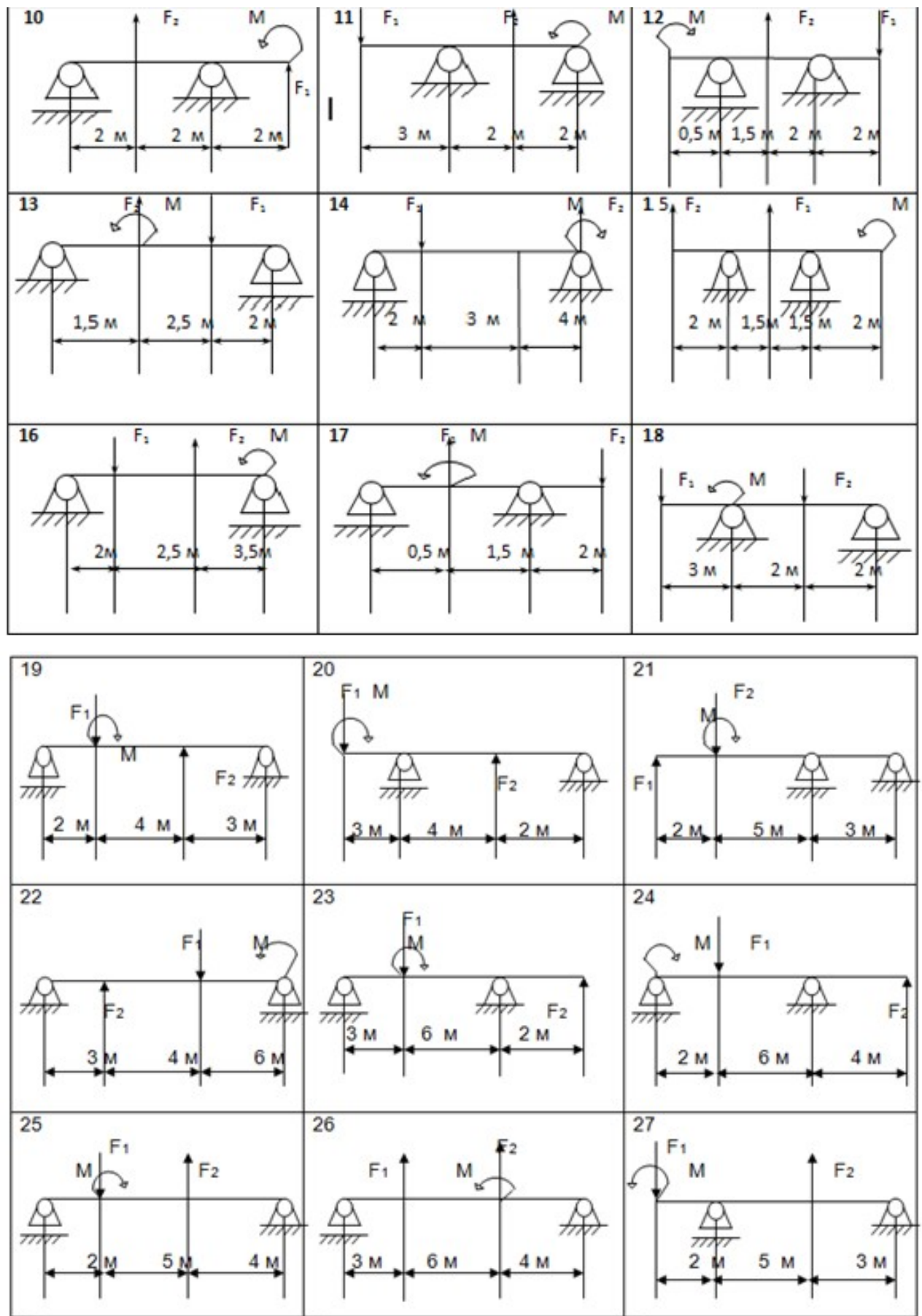
Для балки на двух опорах, нагруженной силами F_1 , F_2 и моментом M , определить реакции опор. Проверить решение.

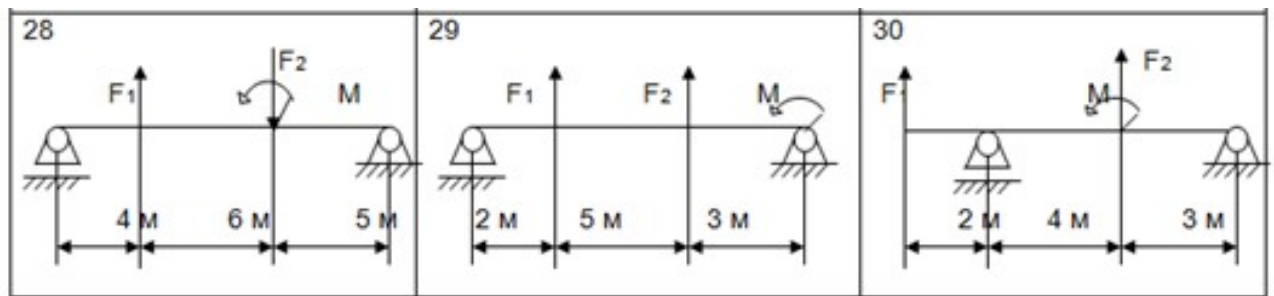
Таблица 2.1 – Исходные данные

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Схема	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
F_1(кН)	5	10	20	15	5	10	20	15	12	10	15	25	10	5	20
F_2(кН)	20	15	12	10	15	5	10	20	5	10	30	15	35	10	25
M(кН·м)	5	3	1	4	1	3	2	4	5	3	5	6	8	10	5
Вариант	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Схема	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
F_1(кН)	15	12	10	15	25	10	5	20	5	10	20	15	5	10	20
F_2(кН)	20	15	12	10	15	5	10	20	5	10	30	15	35	10	25
M(кН·м)	2	4	1	3	5	6	8	10	5	1	3	2	4	1	3

Рисунок 2.2







Практическая работа №3

Тема: «Определение центра тяжести плоской фигуры аналитическим способом».

Цель занятия: Научиться определять координаты центра тяжести сложных и составных фигур, закрепление навыков по определению статического момента простых и сложных фигур.

Необходимые материалы и оборудование:

1. Тетрадь для практических занятий.
2. Методические указания по выполнению практических занятий по дисциплине «Техническая механика».
3. Линейка, карандаш, микрокалькулятор.

Порядок выполнения задания:

1. Повторить тему «Центр тяжести».
2. По номеру в журнале выбрать плоскую фигуру.
3. Изобразить фигуру и заключить ее в систему координат.
4. Разбить сложную фигуру на простые.
5. Определить центр тяжести каждой простой фигуры.
6. Определить площадь и координаты центра тяжести каждой простой фигуры.
7. Определить координаты центра тяжести составной фигуры.
8. Сформулировать вывод.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ

Сила тяжести - это сила, с которой тело притягивается к земле.

Центр тяжести - это точка приложения силы тяжести.

Любое тело состоит из большого количества элементарных частиц.

Центр тяжести есть геометрическая точка, которая может лежать вне тела (кольцо, цилиндр с отверстием).

Очень часто приходится определять центры тяжести геометрических плоских фигур сложной формы. Координаты центра тяжести вычисляются по формулам:

$$x_c = \frac{\sum (A_i x_i)}{\sum A_i};$$
$$y_c = \frac{\sum (A_i y_i)}{\sum A_i}.$$

где A_i - площадь элементарных фигур, на которые разбита сложная фигура;

x_i, y_i - координаты центра тяжести каждой элементарной фигуры относительно случайных осей x и y .

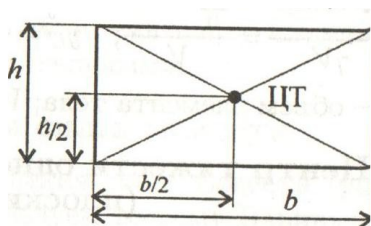
Координаты центра тяжести обозначаются: $C(x_c; y_c)$.

Для вычисления координат центра тяжести геометрических плоских фигур используются следующие методы:

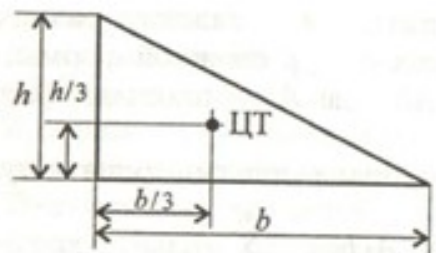
1. метод симметрии:
 - если однородное тело имеет ось симметрии, то центр тяжести лежит на оси симметрии;
 - если однородное тело имеет две оси симметрии, то центр тяжести лежит в точке их пересечения;
 - центр тяжести однородного тела вращения лежит на оси вращения.
2. метод разделения: сложные сечения разделяем на минимальное количество простых частей, положение центров тяжести которых, легко определить;
3. метод отрицательных площадей: полости (отверстия) рассматриваются как часть сечения с отрицательной площадью.

Положения центра тяжести некоторых фигур

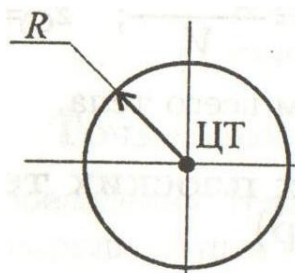
Прямоугольник. Так как прямоугольник имеет две оси симметрии, то его центр тяжести находится на пересечении осей симметрии, т.е. в точке пересечения диагоналей прямоугольника.



Треугольник. Центр тяжести лежит в точке пересечения его медиан. Из геометрии известно, что медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся в отношении 1:2 от основания.

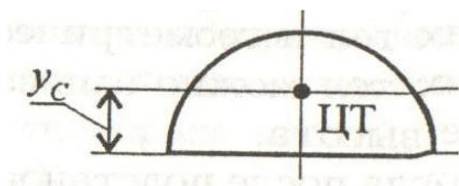


Круг. Так как круг имеет две оси симметрии, то его центр тяжести находится на пересечении осей симметрии.



Полукруг. Полукруг имеет одну ось симметрии, то центр тяжести лежит на этой оси.

Другая координата центра тяжести вычисляется по формуле: $y_c = \frac{4R}{3\pi}$.



Если плоская фигура имеет неправильную геометрическую форму, то центр тяжести такой фигуры можно определить следующим способом:

Фигура разбивается на определённое количество элементарных фигур, имеющих правильную геометрическую форму. Затем определяется положение центра и площади каждой элементарной фигуры.

Методические указания по выполнению задания.

При решении задач на определение центра тяжести однородных тел сложной формы следует придерживаться следующего порядка:

1. Выбрать метод, который наиболее применим к данной задаче (метод разбиения или метод дополнения).
2. Разбить сложное тело на простые элементы, для которых центры тяжести известны.
3. Выбрать оси координат. При этом необходимо помнить, что: если тело имеет плоскость симметрии, то его центр тяжести лежит в этой плоскости; если тело имеет ось симметрии, то его центр тяжести лежит на этой оси; если тело имеет центр симметрии, то его центр тяжести совпадает с центром симметрии.
4. Определить координаты центров тяжести отдельных простых тел относительно выбранных осей.
5. Используя формулы, соответствующие выбранному методу, определить искомые координаты центра тяжести заданного тела.

Пример расчета

Вычислить координаты центра тяжести сечения плоской фигуры.

1. Заданную плоскую фигуру разбиваем на составные части, центры тяжести которых легко определяются:
 - прямоугольник 1,
 - треугольник 2
 - прямоугольники 3 и 4.

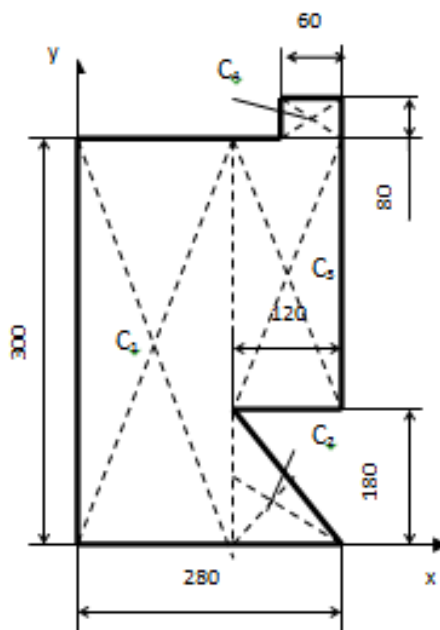


Рис.3.1

2. Располагаем координатные оси «у» и «х».
3. Находим координаты центров тяжести простых сечений относительно выбранных осей координат.

$$C_1: x_{1c} = 160/2 = 80 \text{ мм}$$

$$y_{1c} = 300/2 = 150 \text{ мм}$$

$$C_2: x_{2c} = 160 + 1/3 \cdot 120 = 220 \text{ мм}$$

$$y_{2c} = 1/3 \cdot 180 = 60 \text{ мм}$$

$$C_3: x_{3c} = 160 + 120/2 = 220 \text{ мм}$$

$$y_{3c} = 180 + 120/2 = 240 \text{ мм}$$

$$C_4: x_{4c} = 220 + 60/2 = 250 \text{ мм}$$

$$y_{4c} = 300 + 80/2 = 340 \text{ мм}$$

4. Находим площади каждой простой фигуры:

$$A_1 = 300 \cdot 160 = 48000 = 48 \cdot 10^3 \text{ мм}^2$$

$$A_2 = 1/2 \cdot 120 \cdot 180 = 10800 = 10,8 \cdot 10^3 \text{ мм}^2$$

$$A_3 = 120 \cdot 120 = 14400 = 14,4 \cdot 10^3 \text{ мм}^2$$

$$A_4 = 80 \cdot 60 = 4800 = 4,8 \cdot 10^3 \text{ мм}^2$$

5. Определяем координаты центра тяжести составной фигуры:

Площадь всей фигуры $\sum A = A_1 - A_2 + A_3$

$$X_c = \frac{\sum A_i x_i}{\sum A_i} = \frac{48000 \cdot 80 + 10800 \cdot 200 + 14400 \cdot 220 + 4800 \cdot 250}{48000 + 10800 + 14400 + 4800} = 133 \text{ мм}$$

$$Y_c = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i} = \frac{48000 \cdot 150 + 10800 \cdot 60 + 14400 \cdot 240 + 4800 \cdot 340}{48000 + 10800 + 14400 + 4800} = 166 \text{ мм}$$

При решении задач можно использовать метод отрицательных площадей. В этом случае разбивка на простые фигуры будет следующей:

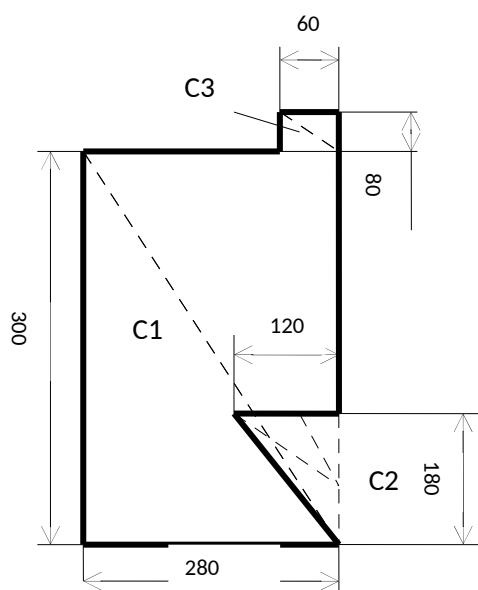
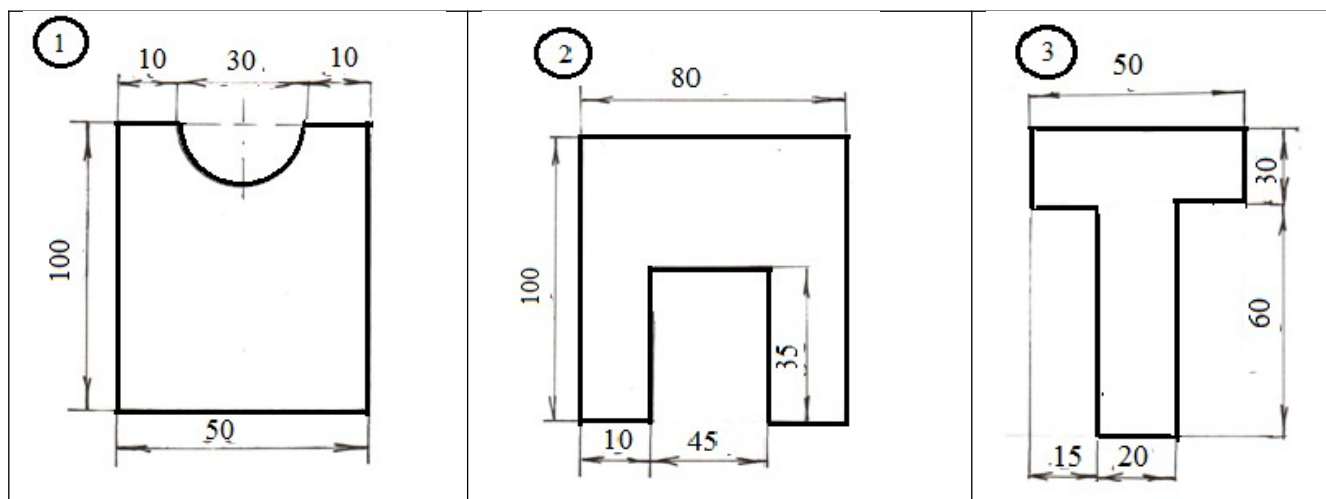
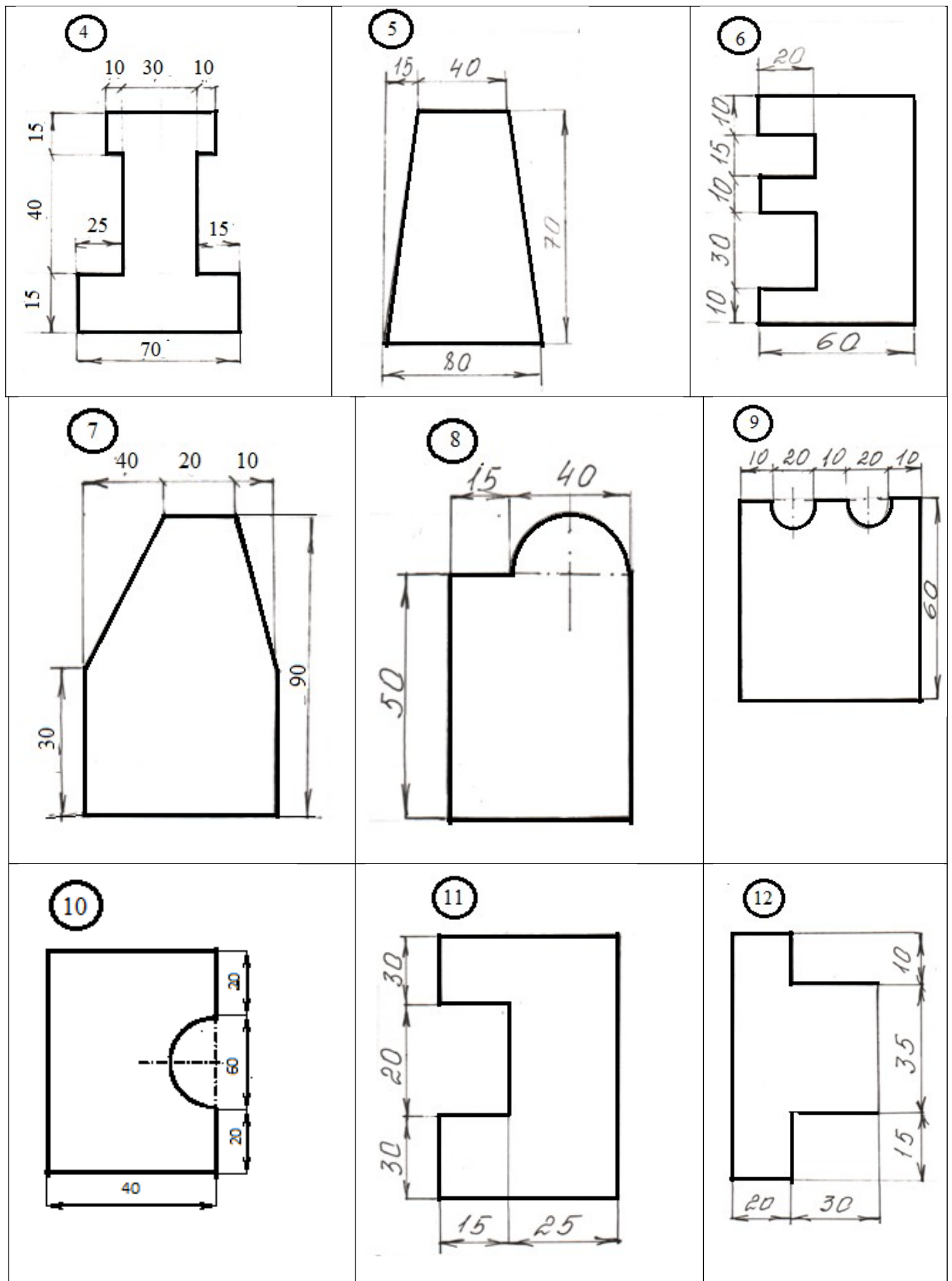


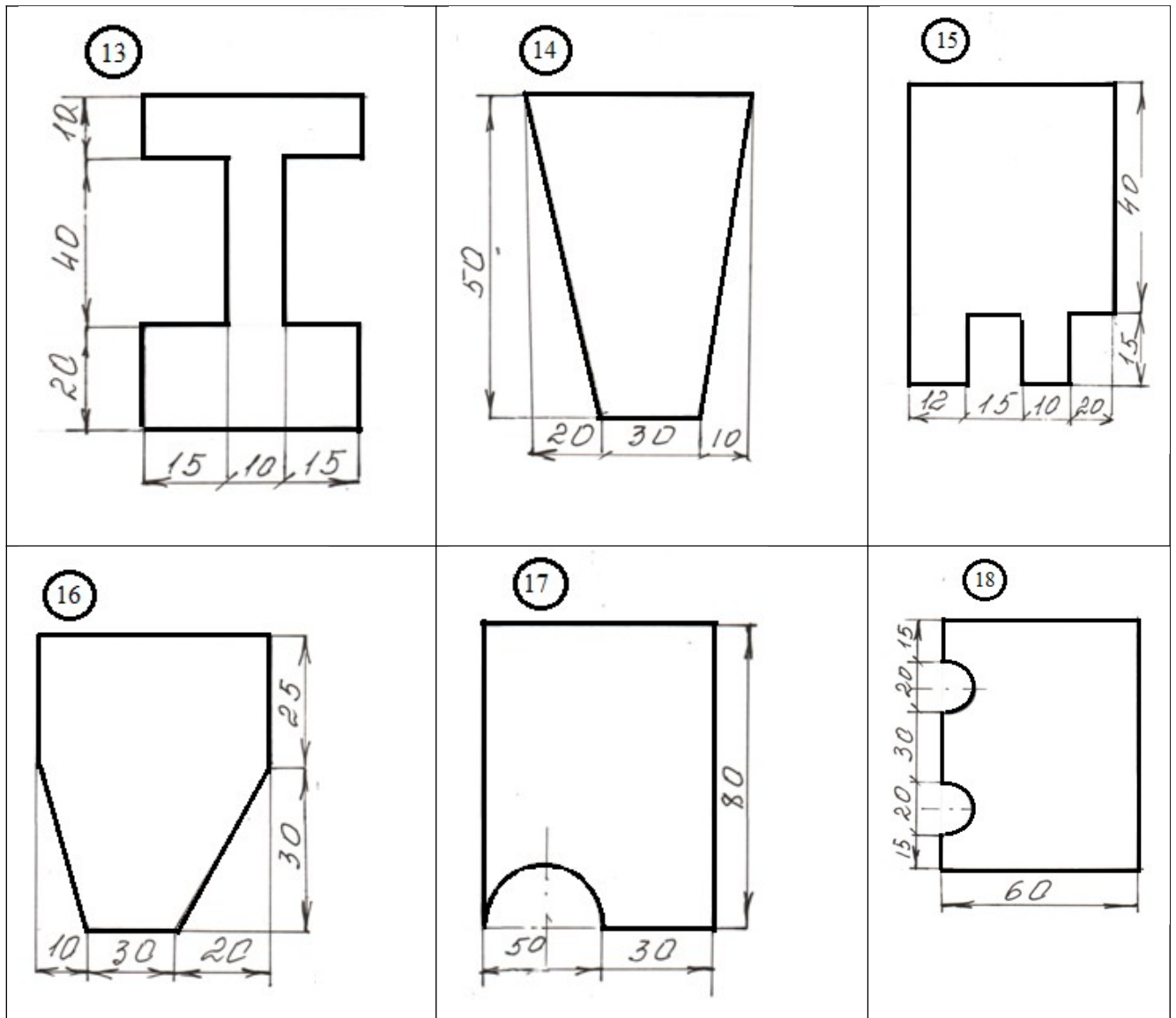
Рис.3.2

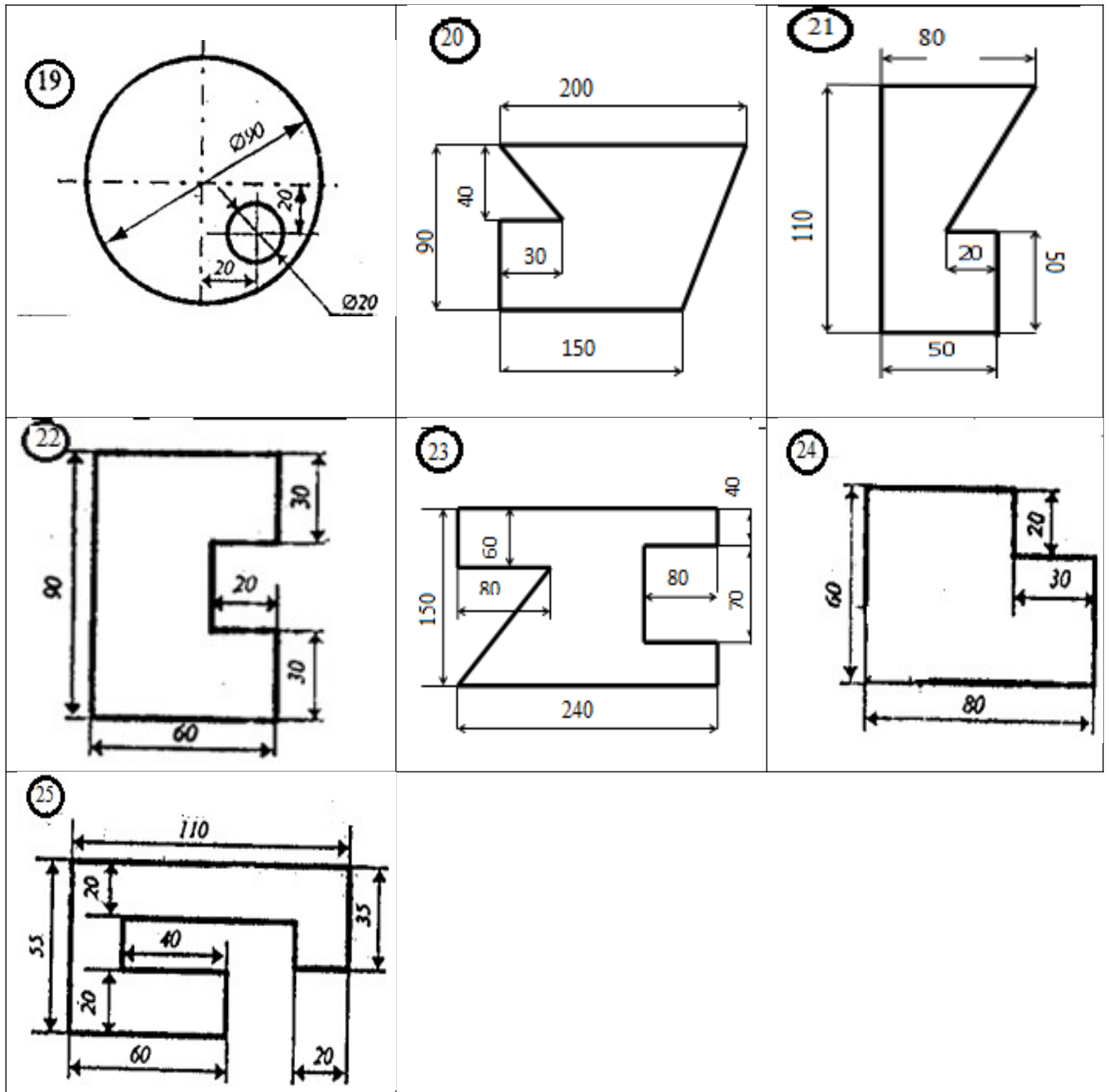
ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Рисунок 3.3









Практическая работа № 4

Тема: «Определение характеристик движения: скорости, ускорения».

Цель занятия: Научиться определять характеристики движения точки: скорость, ускорение. Строить графики пути, скорости и ускорения точки, движущейся прямолинейно согласно закону для первых пяти секунд движения.

Необходимые материалы и оборудование:

1. Тетрадь для практических занятий.
2. Методические указания по выполнению практических занятий по дисциплине «Техническая механика».
3. Линейка, карандаш, микрокалькулятор.

Порядок выполнения задания:

1. Повторить тему «Кинематика точки».
2. Записать условие задачи, что дано и что требуется определить, исходя из данных для своего варианта.
3. Определить уравнение скорости вала и вычислить её значение момент времени t .
4. Определить уравнение касательного ускорения вычислить его значение момент времени t .
5. Составить свободную таблицу числовых значений S , v , a_t при значениях времени t от 0 до 4 с.
6. Построить графики S , v , a_t , выбрав масштабы для изображения по осям ординат, а также одинаковой для всех графиков масштаб времени по оси абсцисс.
7. Сформулировать вывод.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ

Кинематика рассматривает механическое движение тела без учета причин, вызывающих это движение и устанавливает способы задания движения и определяет методы определения кинематических параметров движения.

Основные кинематические характеристики:

- **Траектория** – линия, которую описывает материальная точка при движении в пространстве. Уравнение траектории $y=f(x)$.
- **Пройденный путь** – расстояние пройденное телом вдоль траектории. Движение тела можно задать двумя способами: Уравнение движения можно представить двумя способами: **естественным** (положение тела в каждый момент времени определяется по расстоянию, пройденным телом вдоль траектории от неподвижной точки, которая является началом отсчета) $S= f(t)$; **координатным** (положение тела в каждый момент времени определяется её координатами в зависимости от времени) $x= f(t)$, $y= f(t)$ /
- **Скорость движения** – векторная величина, характеризующая быстроту и направление движения по траектории в данный момент времени.

Скорость величина векторная, направленная в любой момент времени по касательной к траектории в сторону движения. Есть *скорость средняя* на пути ΔS ΔS . Есть

скорость мгновенная - скорость точки в данный момент времени. Она определяется как производная пути по времени: $v = S' \quad v = S'$.

- **Ускорение точки** – векторная величина, характеризующая быстроту изменения скорости по величине и направлению.

Среднее ускорение за промежуток времени:

$$a_{cp} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a_{cp} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Мгновенное ускорение - это ускорение в данный момент времени. Определяется как первая производная скорости по времени или вторая производная пути по времени.

$$a = v' = S''$$

Обычно рассматривают две взаимно перпендикулярные составляющие ускорения: нормальное и касательное.

$$a_n$$

Нормальное ускорение a_n характеризует изменение скорости по

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

направлению и определяется как

$$a_n = \frac{v^2}{r}$$

где r - радиус кривизны траектории в данный момент времени. Нормальное ускорение всегда направлено перпендикулярно скорости к центру дуги.

$$a_t$$

Касательное ускорение a_t характеризует изменение скорости по величине и всегда направлено по касательной к траектории; при ускоренном движении оно совпадает по направлению с вектором скорости, при замедленном движении оно направлено противоположно направлению вектора скорости. Формула для

касательного ускорения: $a_t = v' = S''$

Полное ускорение определяется как

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$$

В зависимости от ускорения существуют следующие виды движения:

- **Равномерное** – это движение с постоянной скоростью.

Для прямолинейного равномерного движения - $a_\tau = 0 \quad a_n = 0$

Для криволинейного движения - $a_\tau = 0 \quad a_n = \frac{v^2}{r}$

$$a_\tau = 0 \quad a_n = \frac{v^2}{r}$$

Уравнение движения $S = S_0 + vt \quad S = S_0 + vt$

- **Равнопеременное движение** – это движение с постоянным ускорением

Для прямолинейного равнопеременного движения $a = a_\tau = 0; \quad a_n = 0$
 $a = a_\tau = 0; \quad a_n = 0$

Для криволинейного движения - $a_\tau \neq 0 \quad a_n \neq 0$

Уравнение движения $S = S_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$

Уравнение скорости $v = v_0 + a_\tau t \quad v = v_0 + a_\tau t$

- **Неравномерное движение** – это движение, при котором скорость и ускорение с течением времени изменяются.

Уравнение движения это уравнение третьей $S = f(t^3) \quad S = f(t^3)$ и выше степени.

Простейшие виды движения твердого тела

- **Поступательное движение** – это движение твердого тела, при котором всякая прямая линия на теле при движении остается параллельной своему начальному положению. При поступательном движении все точки тела движутся одинаково.
- **Вращательное движение** – это движение, при котором все точки тела описывают окружности вокруг общей неподвижной оси, которая называется осью вращения.

Для описания вращательного тела вокруг неподвижной оси используют угловые характеристики:

- ✓ Угол поворота тела φ . Измеряется в радианах. Уравнение движения $\varphi = f(t)$
 $\varphi = f(t)$
- ✓ Угловая скорость ω , определяет изменение угла поворота в единицу времени. Измеряется рад/с. Угловая скорость определяется как первая производная от угла поворота по времени $\omega = \varphi' \quad \omega = \varphi'$.
Иногда для оценки быстроты вращения используют угловую частоту вращения n , которая оценивается в оборотах в минуту. Между угловой скоростью и частотой

вращения существует зависимость: $\omega = \frac{\pi n}{30} \quad \omega = \frac{\pi n}{30}$

- ✓ Угловое ускорение α , определяет изменение угловой скорости во времени. Измеряется рад/с². Угловое ускорение определяется как первая производная от угловой скорости по времени или вторая производная от угла поворота по времени $\alpha = \omega' \quad \alpha = \omega' = \varphi''$.

Частные случаи вращательного движения:

- **Равномерное вращение** – угловая скорость постоянна $\omega = \text{const} \quad \omega = \text{const}$.
Уравнение равномерного вращения $\varphi = \varphi_0 + \omega t \quad \varphi = \varphi_0 + \omega t$.
- **Равнопеременное вращение** - угловое ускорение постоянно $\alpha = \text{const} \quad \alpha = \text{const}$.

Уравнение равнопеременного вращения $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2} \quad \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$

Угловое ускорение при ускоренном движении – величина положительная, угловая скорость возрастает.

Угловое ускорение при замедленном движении – величина отрицательная, угловая скорость убывает.

Скорости и ускорения точек вращающегося тела

Тело вращается вокруг точки О. Определим параметры движения точки А, расположенной на расстоянии r_A от оси вращения.

Путь точки А: $S_A = \varphi \cdot r_A \quad S_A = \varphi \cdot r_A$;

Линейная скорость точки А: $v_A = \omega \cdot r_A \quad v_A = \omega \cdot r_A$.

Ускорение точки А: $a_t = \alpha \cdot r_A \quad a_n = \omega^2 \cdot r_A$.

Пример расчета

Исходные данные:

Точка движется прямолинейно согласно уравнению $S = 17t - 2t^2$ м.
 Построить графики расстояний, скорости и ускорения для первых
 пяти секунд движения.

Решение:

1. Определяем закон изменения скорости движения точки по формуле

$$v = S'$$

где v – скорость, м/с

$$v = S' = (17t - 2t^2)' = 17 - 4t, \text{ м/с}$$

2. Определяем закон изменения касательного ускорения по формуле

$$a_t = S'' = v'$$

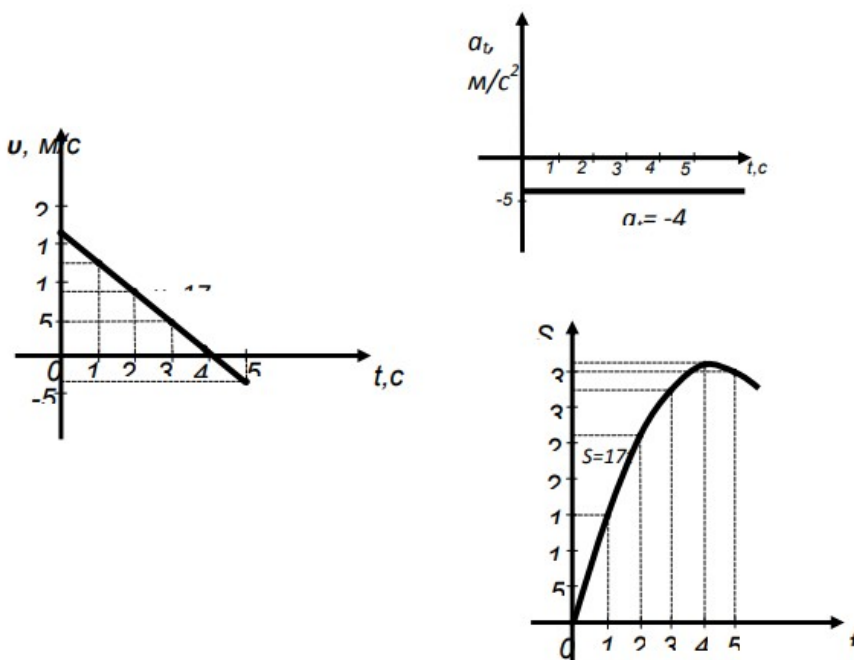
где a_t – касательное ускорение м/с²

$$a_t = v' = (17 - 4t)' = -4 \text{ м/с}^2$$

3. Составим свободную таблицу значений S , v , a_t , для первых пяти секунд движения

$t, \text{ с}$	0	1	2	3	4	5
$S = 17t - 2t^2, \text{ м}$	0	15	26	33	36	35
$v = 17 - 4t, \text{ м/с}$	17	13	9	5	1	-3
$a_t = -4 \text{ м/с}^2$	от времени не зависит					

4. Построим графики S , v , a_t , выбрав масштаб.



ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Таблица 4.1 – Исходные данные

Вариант	Уравнение движения точки	Вариант	Уравнение движения точки
1	$S=6t^3+10t^2+5$	14	$S=0,5t^3+3t^2+1$
2	$S=3t^3+15t^2+8$	15	$S=8t^3+8t^2+3$
3	$S=t^3+5t^2+7$	16	$S=t^3+5t^2+10$
4	$S=2t^3+6t^2+6$	17	$S=0,5t^3+15t^2+5$
5	$S=4t^3+8t^2+7$	18	$S=4t^3+4t^2+1$
6	$S=2t^3+2t^2+4$	19	$S=2,5t^3+5t^2+1$
7	$S=0,5t^3+11t^2+5$	20	$S=3t^3+15t^2+8$
8	$S=2t^3+3t^2+3$	21	$S=3t^3-3t+6$
9	$S=1,5t^3+5t^2+5$	22	$S=4t^3+12t^2+2$
10	$S=2t^3+2t^2+3$	23	$S=t^3+t^2+1$
11	$S=2t^3+8t^2+9$	24	$S=3t^3+1,5t^2+5$
12	$S=1,5t^3+10t+1$	25	$S=t^3+5t^2+7$
13	$S=3t^3+3t^2+3$	26	$S=2t^3-2t+6$

Практическая работа №5

Тема: «Расчеты на прочность при растяжении и сжатии».

Цель занятия: Научиться владеть методом сечений для определения внутренних силовых факторов, строить эпюры продольных сил, нормальных напряжений определять удлинение или укорочение бруса, выполнять проверочный расчет на прочность.

Необходимые материалы и оборудование:

1. Тетрадь для практических занятий.
2. Линейка, карандаш, резинка.
3. Микрокалькулятор.

Порядок выполнения задания:

1. По номеру в журнале получить задание.
2. Изобразить ступенчатый брус с внешней нагрузкой.
3. Разбить брус на участки, нумерация – со свободного конца бруса.
4. Определить с помощью метода сечений величину внутренней продольной силы на каждом участке. По полученным величинам построить эпюру внутренних нормальных сил.
5. Определить на каждом участке нормальное напряжение. Построить эпюру напряжений.
6. По формуле Гука определить перемещение каждого участка бруса и суммарное перемещение.
7. Выполнить проверочный расчет по прочности.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ

1. Внутренние силы при растяжении и сжатии.

Многие детали машин испытывают действие деформации растяжения. Растяжением (сжатием) называют такое нагружение бруса, при котором в поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор - продольная сила N . Продольную силу определяем при помощи метода сечений. Продольная сила N в любом поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме внешних сил, действующих на оставшуюся часть бруса.

Знак «+» берётся в том случае, если сила стремится растягивать брус, «-», если сжимать его. Наглядное представление о законе изменения продольных сил по длине стержня даёт эпюра (график) продольных сил. Ось абсцисс, которого проводится параллельно оси стержня, а ось ординат ей перпендикулярна, по оси ординат откладываются значения продольных сил с учётом знаков.

2. Напряжения в поперечных сечениях бруса

Так как внутренние силы в поперечном сечении бруса приводятся к продольной силе N , перпендикулярной площади поперечного сечения, то напряжения могут иметь

направление только перпендикулярно сечению, т.е. при растяжении и сжатии возникают нормальные напряжения.

$$\sigma = N/A$$

Удлинение (укорочение) бруса или отдельных его участков определяется по формуле Гука

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

Продольная деформация прямо пропорциональна соответствующему нормальному напряжению.

E (МПа) – физическая постоянная материала, характеризующая жесткость, называется модулем упругости первого рода или модулем Юнга.

Формула следствия закона Гука.

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{A \cdot E} \text{ /мм/}$$

Общая деформация бруса будет складываться из деформаций отдельных участков:

$$\sum \Delta l = \Delta l_1 \pm \Delta l_2 \pm \Delta l_3 \pm \Delta l_4$$

Так как детали и сооружения в целом должны работать и при неблагоприятных условиях, то допускаемые напряжения ниже тех предельных напряжений, при которых нормальная эксплуатация деталей не может продолжаться.

Таким образом, допускаемое напряжение:

$$[\sigma] = \sigma_{\text{пред}} / n$$

Максимальное рабочее напряжение, равное отношению продольной силы упругости к площади опасного поперечного сечения, не должно превышать допустимого напряжения.

3. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии

Условие прочности при растяжении и сжатии имеет вид:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{N}{A} \leq [\sigma],$$

где N – продольная сила, Н ($N = F$);

σ_{max} – максимальное нормальное напряжение в опасном сечении, МПа;

A – площадь поперечного сечения, мм²;

$[\sigma]$ – допустимое напряжение при растяжении, МПа.

По расчётному условию прочности выполняют 3 вида расчётов на прочность.

1. Проверочный расчёт (проверка прочности) – определение по заданным нагрузке и размеру поперечного сечения, фактических напряжений и сравнения их с допускаемыми.

$$\sigma = N/A \leq [\sigma]$$

Если $\sigma > [\sigma]$ до 5%, то прочность тоже обеспечена.

2. Проектный расчёт (определение размера поперечного сечения).

$$A \geq N / [\sigma]$$

3. Определение допускаемой нагрузки.

$$[N] \leq A[\sigma]$$

Методические указания по выполнению задания:

1. Изобразить расчетную схему в соответствии с вариантом.
2. Выписать исходные данные из таблицы.
3. Разделить брус на участки, границы которых определяются сечениями, где изменяются площадь поперечного сечения или приложены внешние нагрузки. Пронумеровать участки.
4. Определить внутренние силовые факторы на каждом участке для чего применить метод сечения.
5. Построить эпюру N .
6. Определить напряжения на каждом из участков.

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad \sigma_{уст} = \frac{N_z}{A'} \quad (МПа)$$

7. Построить эпюру нормальных напряжений по длине бруса.
8. Определить деформацию каждого участка.

$$\Delta l_i = \frac{N_i l_i}{A_i E} = \frac{\sigma_i l_i}{E} \quad (мм)$$

9. Определить перемещение свободного конца бруса.

$$\Delta l = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3$$

10. Определить допустимое напряжение

$$[\sigma] = \sigma_m / n$$

11. Проверить выполнение условия прочности.

$$\sigma_{max} \leq [\sigma]$$

12. Вывод.

Пример расчета

Стальной двухступенчатый брус (рис.1), нагружен силами $F_1=30 \text{ кН}$, $F_2=38 \text{ кН}$ и $F_3=42 \text{ кН}$. Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение свободного конца бруса, приняв $E=2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Выполнить *проверочный* расчет по прочности, если коэффициент запаса прочности $n=1,5$, а $\sigma_m=240 \text{ Н/мм}^2$.

Площади поперечных сечений ступеней $A_1=1,9 \text{ см}^2$ и $A_2=3,1 \text{ см}^2$.

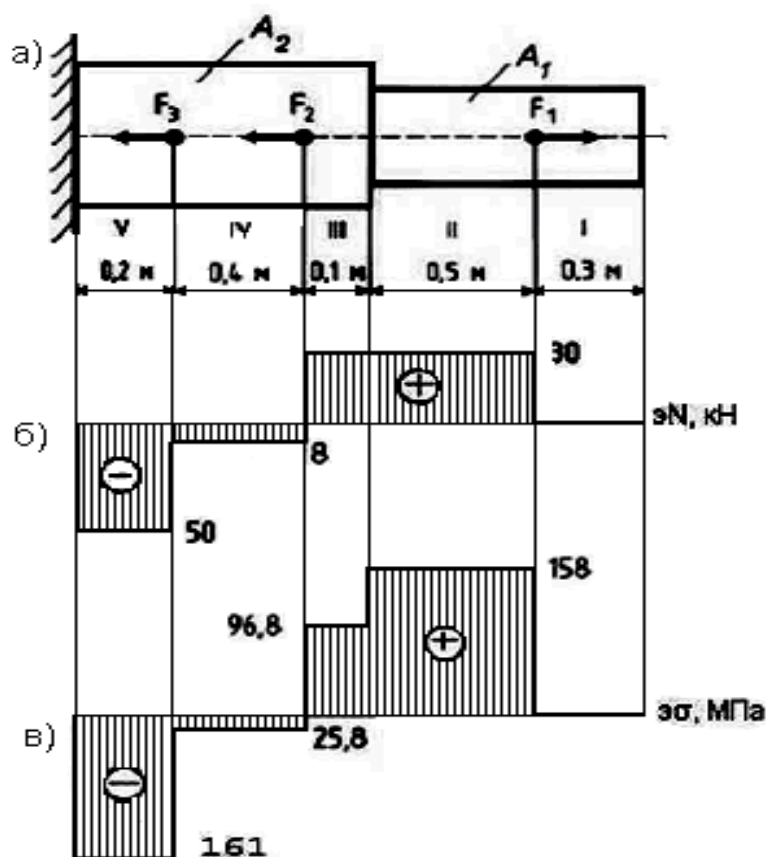


Рис.5.1

Решение

1. Отмечаем участки I, II, III, IV, V, как показано на рис.5.1а.

2. Определяем значение продольной силы N на участках бруса:

$$N_I = 0; \quad N_{II} = F_1 = 30 \text{ кН}; \quad N_{III} = F_1 = 30 \text{ кН};$$

$$N_{IV} = F_1 - F_2 = 30 - 38 = -8 \text{ кН}; \quad N_V = F_1 - F_2 - F_3 = 30 - 38 - 42 = -50 \text{ кН};$$

Строим эпюру продольных сил (рис.5.1б).

3. Вычисляем значения нормальных напряжений:

$$\sigma_I = N_I / A_I = 0;$$

$$\sigma_{II} = N_{II} / A_I = 30 \cdot 10^3 / 190 = 158 \text{ Н/мм}^2;$$

$$\sigma_{III} = N_{III} / A_2 = 30 \cdot 10^3 / 310 = 96,8 \text{ Н/мм}^2;$$

$$\sigma_{IV} = N_{IV} / A_2 = -8 \cdot 10^3 / 310 = -25,8 \text{ Н/мм}^2;$$

$$\sigma_V = N_V / A_2 = -50 \cdot 10^3 / 310 = -161 \text{ Н/мм}^2;$$

Строим эпюру нормальных напряжений (рис. 5.1в).

4. Проверяем прочность наиболее нагруженного участка.

Условие прочности при растяжении, сжатии - $\sigma_{\max} = N / A \leq [\sigma]$.

Наибольшее абсолютное значение рабочего напряжения возникает в пределах пятого участка.

$$\sigma_{\max} = \sigma_V = 161 \text{ Н/мм}^2 = 161 \text{ МПа};$$

161 МПа > 160 МПа – имеет место перегрузка

бруса, которая составляет:

$$\Delta \sigma = \frac{\sigma - [\sigma]}{[\sigma]} \cdot 100\% = \frac{161 - 160}{160} \cdot 100\% = 0,63\%$$

, что вполне допустимо.

5. Определяем перемещение свободного конца бруса:

$$\Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{II} + \Delta l_{III} + \Delta l_{IV} + \Delta l_V \quad \Delta \ell = \Delta \ell_I + \Delta \ell_{II} + \Delta \ell_{III} + \Delta \ell_{IV} + \Delta \ell_V;$$

$$\Delta \ell = \sigma \cdot \ell / E;$$

$$\Delta \ell_I = \sigma_I \cdot \ell_I / E = 0;$$

$$\Delta \ell_{II} = \sigma_{II} \cdot \ell_{II} / E = 158 \cdot 0,5 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 = 0,394 \text{ мм};$$

$$\Delta \ell_{III} = \sigma_{III} \cdot \ell_{III} / E = 96,8 \cdot 0,1 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 = 0,0484 \text{ мм};$$

$$\Delta \ell_{IV} = \sigma_{IV} \cdot \ell_{IV} / E = -25,8 \cdot 0,4 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 = -0,0516 \text{ мм};$$

$$\Delta \ell_V = \sigma_V \cdot \ell_V / E = -161 \cdot 0,2 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 = -0,161 \text{ мм}.$$

$$\Delta \ell = 0,394 + 0,0484 - 0,0516 - 0,161 = 0,23 \text{ мм}.$$

Брус удлиняется на 0,23 мм.

6. Определяем допустимое напряжение:

$$[\sigma] = \sigma_m / n = 240 / 1,5 = 160 \text{ МПа}$$

7. Проверяем выполнение условия прочности:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]$$

$$|-161| \geq 160$$

Вывод: Брус удлиняется на $\Delta \ell = 0,23 \text{ мм}$.

Условие прочности не выполняется.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

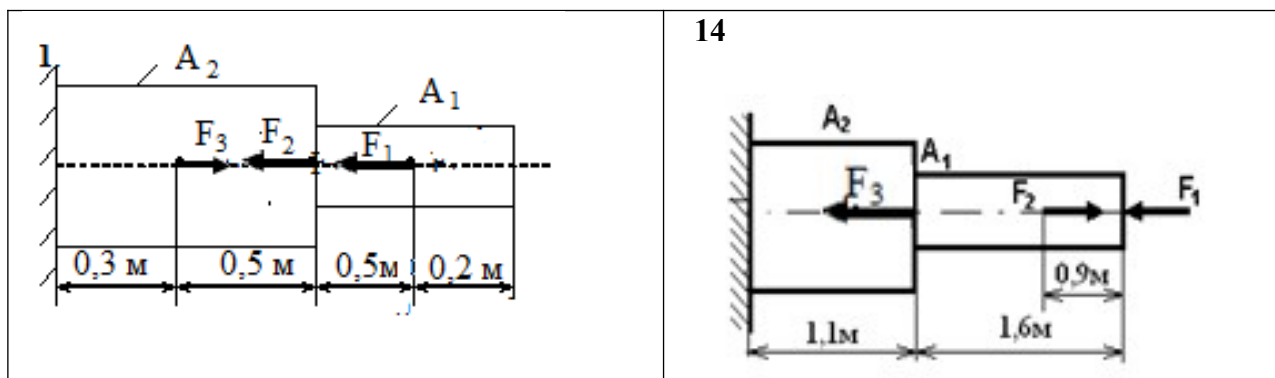
Стальной двухступенчатый брус (рис.5.2), нагружен силами F_1 , F_2 и F_3 . Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение свободного конца бруса, приняв $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. Выполнить *проверочный* расчет по прочности, если коэффициент запаса прочности $n = 1,5$, а $\sigma_m = 240 \text{ Н/мм}^2$.

Числовые значения сил F_1 , F_2 и F_3 , площади поперечных сечений ступеней A_1 и A_2 для своего варианта взять из таблицы.

Таблица 5.1

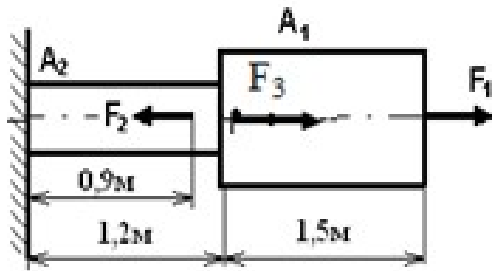
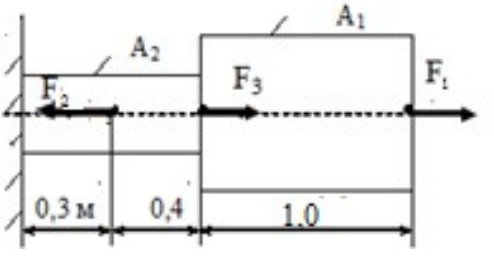
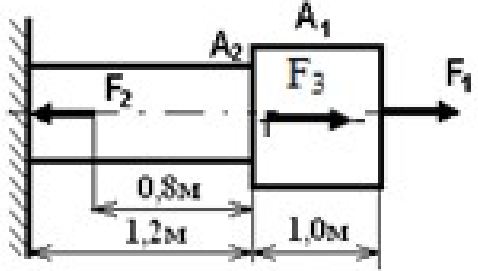
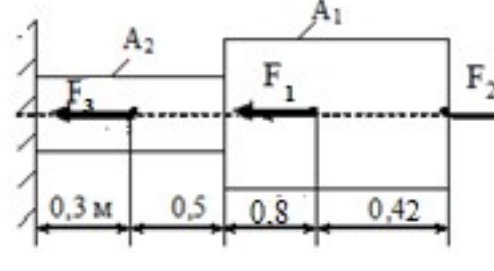
№ варианта	№ схемы	F ₁ кН	F ₂ кН	F ₃ кН	A ₁ см ²	A ₂ см ²
1	1	10	20	14	1,0	1,6
2	2	12	18	28	0,8	2,1
3	3	30	18	10	1,3	1,6
4	4	15	20	12	2,0	1,4
5	5	14	22	10	1,8	1,0
6	6	13	21	13	1,6	1,2
7	7	16	18	6	1,5	2,4
8	8	14	19	54	2,0	1,6
9	9	15	20	24	2,2	2,0
10	10	18	21	13	2,1	1,6
11	11	20	22	5	2,2	1,5
12	12	12	23	14	1,9	1,2
13	13	10	24	2	2,5	1,9
14	14	14	20	4	1,6	2,0
15	15	15	22	13	2,8	2,4
16	16	13	21	20	2,0	2,5
17	17	16	10	10	0,9	2,1
18	18	14	16	34	2,1	1,6
19	19	28	20	20	1,6	2,1
20	20	16	24	15	2,0	1,5
21	21	15	20	10	1,8	1,4
22	22	12	25	8	1,8	2,0
23	23	16	21	56	1,6	2,2
24	24	40	23	18	1,5	2,1
25	25	14	22	12	2,2	1,8
26	26	15	19	22	2,6	2,0

Рисунок 5.2



<p>2.</p>	<p>15</p>
<p>3.</p>	<p>16</p>
<p>4.</p>	<p>17</p>
<p>5.</p>	<p>18</p>
<p>6.</p>	<p>19</p>

<p>7</p>	<p>20</p>
<p>8</p>	<p>21</p>
<p>9</p>	<p>22</p>
<p>10</p>	<p>23</p>
<p>11</p>	<p>24</p>

<p>12</p> 	<p>25</p> 
<p>13</p> 	<p>26</p> 

Практическая работа №6

Тема: «Расчеты соединений на прочность при срезе и смятии»

Цель занятия: Научиться проводить расчеты на прочность при срезе и смятии (проектный расчет), определять напряжения и деформации при сдвиге и смятии.

Необходимые материалы:

1. Тетрадь для практических занятий.
2. Методические указания по выполнению практических занятий по дисциплине «Техническая механика».
3. Микрокалькулятор и канцелярские принадлежности.

Порядок выполнения задания:

1. Повторить тему «Срез и смятие».
2. По номеру в журнале выписать из таблицы величины и схему.
3. Определить диаметр соединительного элемента (болта, заклепки, штифта и т.п.) используя условие прочности на срез.
4. Определить диаметр соединительного элемента (болта, заклепки, штифта и т.п.) используя условие прочности на смятие.
5. Принять наибольшее значение диаметра соединительного элемента (болта, заклепки, штифта и т.п.)
6. Сформулировать вывод.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ

1. Внутренние силы при срезе и сдвиге.

Срез – это деформация сдвига, доведенная до разрушения.

Сдвиг - такой вид деформации, при котором в поперечном сечении бруса возникает только поперечная сила Q .

При сдвиге в поперечных сечениях действуют только касательные напряжения τ .

Рассмотрим брус площадью поперечного сечения A , перпендикулярно оси которого приложены две равные и противоположно направленные силы F ; линии действия этих сил параллельны и находятся на относительно небольшом расстоянии друг от друга.

Для определения поперечной силы Q применим метод сечений (рис.6.1).

Во всех точках поперечного сечения действуют распределенные силы, равнодействующую которых определим из условия равновесия оставленной части бруса:

$$\sum Y = 0 \gg F - Q = 0,$$

откуда поперечная сила Q может быть определена, как:

$$Q = F.$$

Поперечная сила Q – это равнодействующая внутренних касательных сил в поперечном сечении бруса при сдвиге.

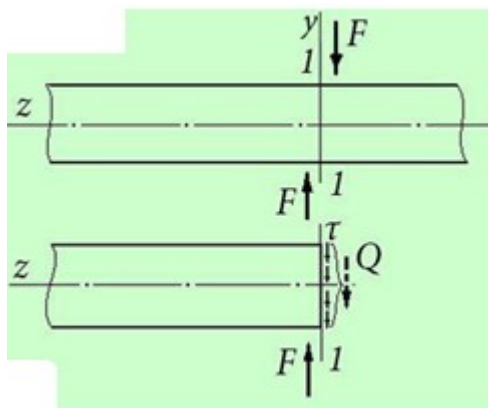


Рис.6.1

2. Напряжения при деформации сдвига

Касательные напряжения равномерно распределены по сечению и вычисляются по формуле:

$$\tau = Q / A,$$

где A – площадь среза.

На основании полученной формулы можно сделать вывод, что форма сечения на величину напряжения при деформации сдвига не влияет.

3. Расчеты на прочность при сдвиге

Условие прочности детали конструкции заключается в том, что наибольшее напряжение, возникающее в ней (рабочее напряжение), не должно превышать допускаемое.

Условия прочности при срезе.

$$\tau = \frac{F}{A_{cp}} \leq [\tau] \quad — \text{ На срез}$$

Из условия прочности можно проводить три вида расчета:

1. Проверочный расчёт на срез:

$$\tau = \frac{F}{A_{CP} \cdot n} \leq [\tau_{CP}]$$

где: n – количество заклёпок или болтов

2. Проектный расчёт на срез - определение количества заклёпок или болтов при заданных размерах или размеров детали при заданном их числе.

$$n \geq \frac{F}{A_{CP} \cdot [\tau_{CP}]}$$

При проектном расчете на срез и смятие - из двух значений принимается большее.

3. Определение допускаемой нагрузки на срез:

$$[F] \leq A_{cp} [\tau] \cdot n$$

При определении допускаемой нагрузки при срезе и смятии - из двух значений принимается меньшее.

4. Внутренние силы при смятии.

Довольно часто одновременно со сдвигом происходит смятие боковой поверхности в месте контакта при передаче нагрузки от одной поверхности к другой. При этом на поверхности возникают сжимающие напряжения, называемые *напряжениями смятия*, $\sigma_{см}$.

Напряжение смятия – это давление между поверхностью отверстия и соединяющим элементом.

Смятие - это местная деформация сжатия при давлении одного элемента конструкции на другой.

При смятии также возможно разрушение стенок отверстия под заклепку заклепочных соединений:



5. Напряжения при деформации смятия

При смятии возникают нормальные напряжения.

Расчет на смятие производится по формуле:

$$\sigma = \frac{F}{A_{см}}, \text{ где}$$

F – сила, с которой сдавливаются контактирующие поверхности.

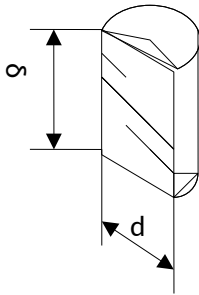
A_{см} - площадь смятия

$$A_{см} = \delta d_i, \text{ где}$$

d — диаметр окружности сечения;

δ — наименьшая высота соединяемых пластин

i – число заклепок.



За площадь смятия принимается площадь проекции поверхности полуцилиндра на диаметрально плоскость.

6. Расчеты на прочность при смятии

Условия прочности для смятия.

$$\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} \leq [\sigma_{см}] \quad - \text{На смятие}$$

1. Проверочный расчёт на смятие:

$$\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см} \cdot n} \leq [\sigma_{см}]$$

где: n – количество заклёпок или болтов

2. Проектный расчёт на смятие:

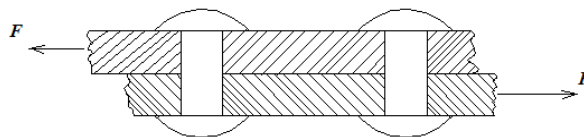
$$n \geq \frac{F}{A_{см} [\sigma_{см}]}$$

3. Определение допускаемой нагрузки при смятии:

$$[F] \leq A_{см} [\sigma_{см}] \cdot n$$

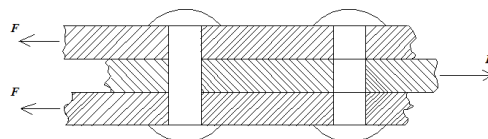
допускаемое напряжение смятия: $[\sigma_{см}] = (0,35 \div 0,4)\sigma_T$

Односрезные заклепки:



$$A_{ср} = \frac{\pi d^2}{4}$$

Двухсрезные заклепки:



где площадь среза определяется по формуле:

$$A_{cp} = \frac{\pi d^2}{4} i m$$

где n – число заклепок в шве, d_3 – диаметр заклепки.

i – количество плоскостей среза.

При использовании т.н. двусрезных заклепок $i=2$.

Методические указания по выполнению задания:

1. Определить диаметр соединительного элемента (болта, заклепки, штифта и т.п.) используя условие прочности на срез:

$$\tau_{cp} = Q / A_{cp} \leq [\tau]_{cp}$$

где τ_{cp} – расчетное напряжение среза в плоскости рассчитываемого сечения;

$[\tau]_{cp}$ – допускаемое напряжение при срезе (сдвиге);

Q – поперечная сила;

A_{cp} – площадь среза соединительного элемента:

$$A_{cp} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot m \cdot n$$

m – число плоскостей среза в одном соединительном элементе (болте, заклепки, штифте и т.п.)

n – число соединительных элементов (болтов, заклепок, штифтов и т.п.);

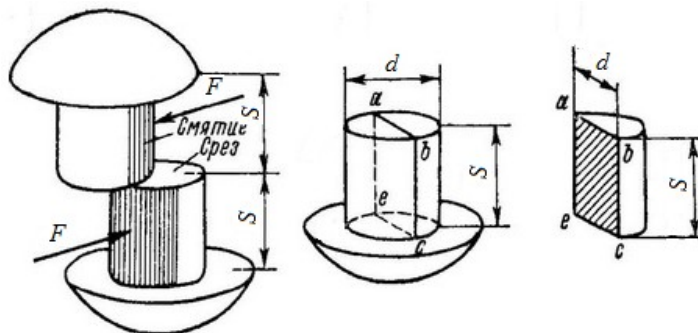


Рисунок 6.2 - Зоны возникновения напряжений среза и смятия

2. Определить диаметр соединительного элемента (болта, заклепки, штифта и т.п.) используя условие прочности на смятие:

$$\sigma_{cm} = Q / A_{cm} \leq [\sigma]_{cm}$$

где σ_{cm} – расчетное напряжение смятия;

$[\sigma]_{cm}$ – допускаемое напряжение смятия;

Q – поперечная сила (при передаче силы F при нескольких соединительных элементах $Q = F / z$);

z – число соединительных элементов (болтов, заклепок, штифтов и т.п.);

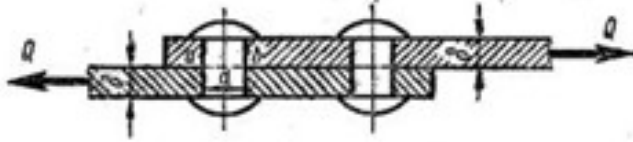
A_{cm} – площадь смятия:

Из допущения о характере распределения сил взаимодействия по поверхности контакта следует, что если контакт осуществляется по поверхности полуцилиндра, то расчетная площадь A_{cm} равна площади проекции поверхности контакта на диаметрально плоскость, т.е. равна диаметру цилиндрической поверхности d на ее минимальную высоту s :

$$A_{cm} = d \cdot s_{min}$$

3. Принять наибольшее значение диаметра соединительного элемента (болта, заклепки, штифта и т.п.)

Пример. (это проектный расчет, поэтому из двух диаметров выбираем наибольший)
Определить требуемый диаметр заклепки в соединении, если



Передающаяся сила $Q = 120 \text{ кН}$, толщина листов $\delta = 10 \text{ мм}$. Допускаемые напряжения на срез $[\tau] = 100 \text{ Н/мм}^2$, на смятие $[\sigma_{cm}] = 200 \text{ Н/мм}^2$ (рис.). Число заклепок в соединении $n = 4$ (два ряда по две заклепки в каждом).

Определяем диаметр заклепок. Из условия прочности на срез по сечению ab , учитывая, что заклепки односрезные ($n = 1$), получаем

$$\tau = \frac{Q}{nm\pi d^2/4} \leq [\tau],$$

откуда

$$d \geq \sqrt{4Q/(nm[\tau]\pi)} = \sqrt{4 \cdot 120 \cdot 10^3 / (4 \cdot 1 \cdot 100\pi)} = 19,6 \text{ мм.}$$

Принимаем $d = 20 \text{ мм}$.

Из условия прочности соединения на смятие

$$\sigma_{cm} = Q/(nd\delta) \leq [\sigma_{cm}]$$

получаем

$$d \geq Q/(n\delta[\sigma_{cm}]) = 120 \cdot 10^3 / (4 \cdot 10 \cdot 200) = 15 \text{ мм.}$$

Принимаем большее из найденных значений $d = 20 \text{ мм}$.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

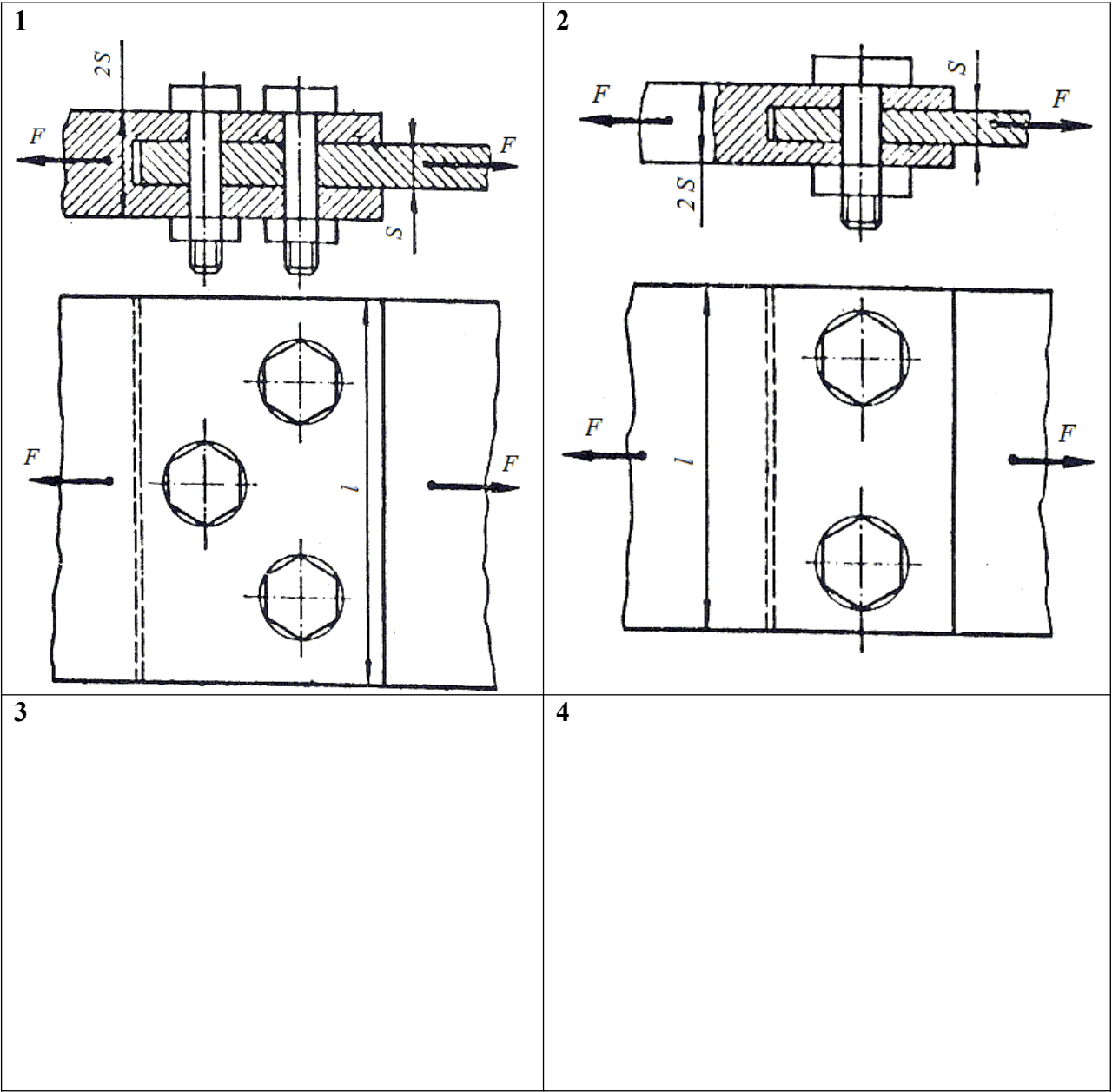
Стальные листы соединены между собой при помощи болтов, плотно вставленных в отверстия. К листам приложены растягивающие силы F . Материал болтов - Ст3. Допускаемое напряжение на срез $[\tau]_{cp} = 80 \text{ МПа}$. Допускаемое напряжение на смятие $[\sigma]_{cm} = 160 \text{ МПа}$. (рисунок 6.3). Определить диаметр болтов. Данные своего варианта взять из таблицы 6.1

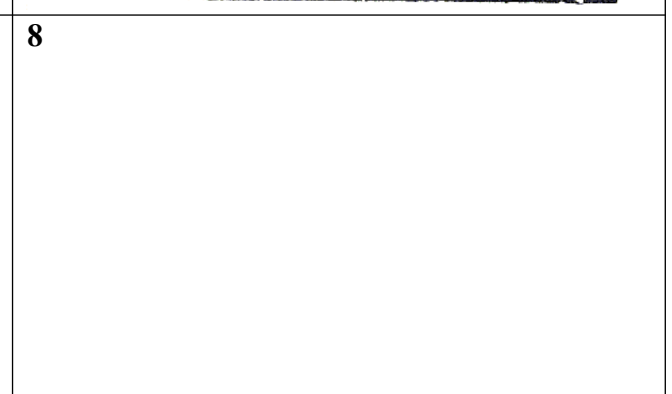
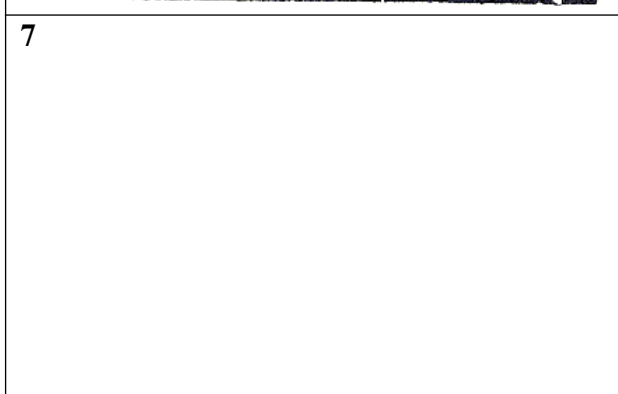
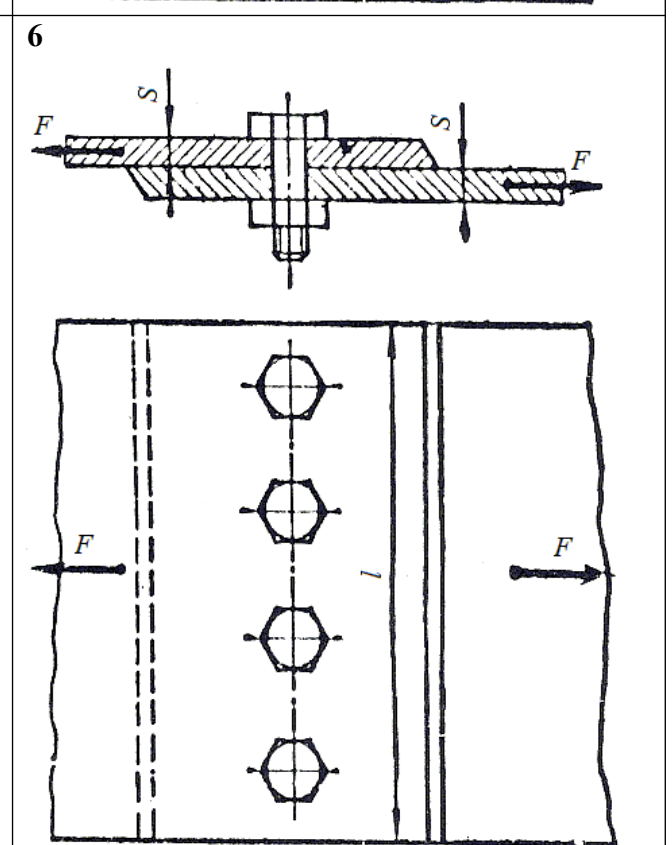
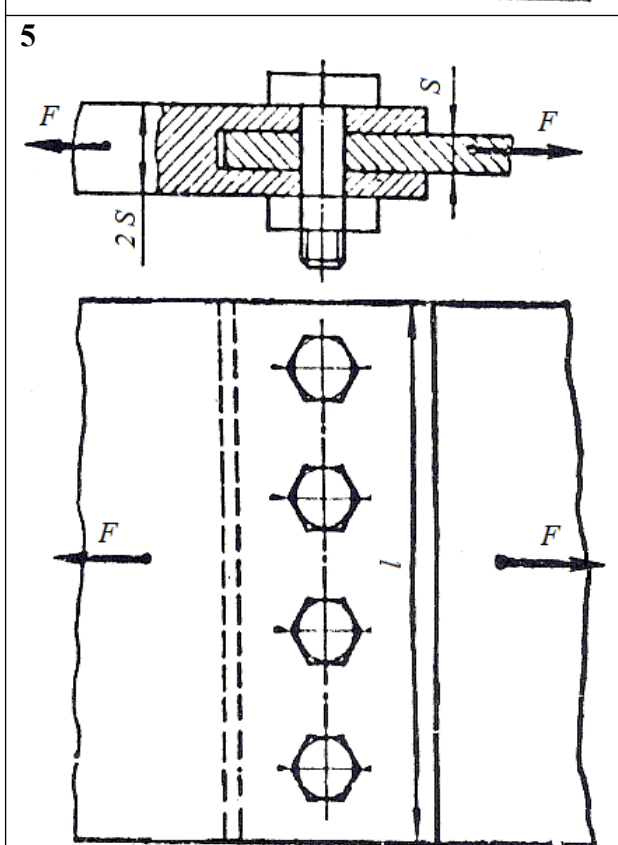
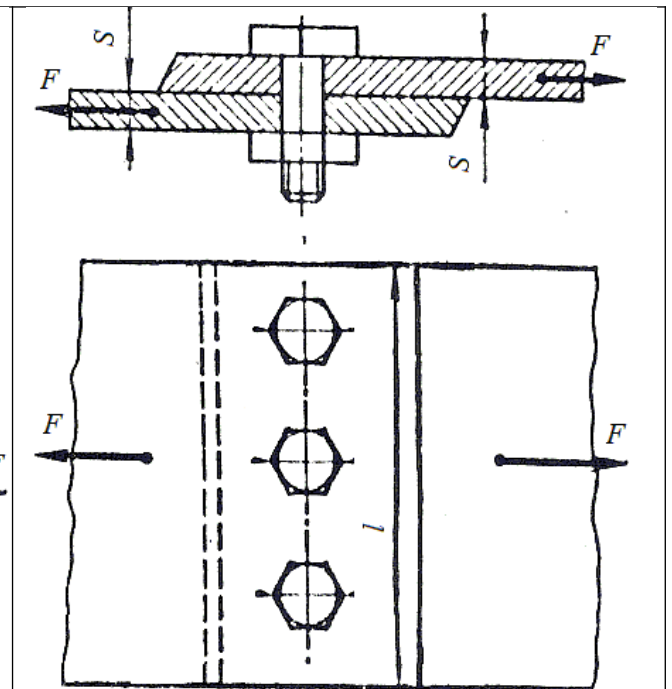
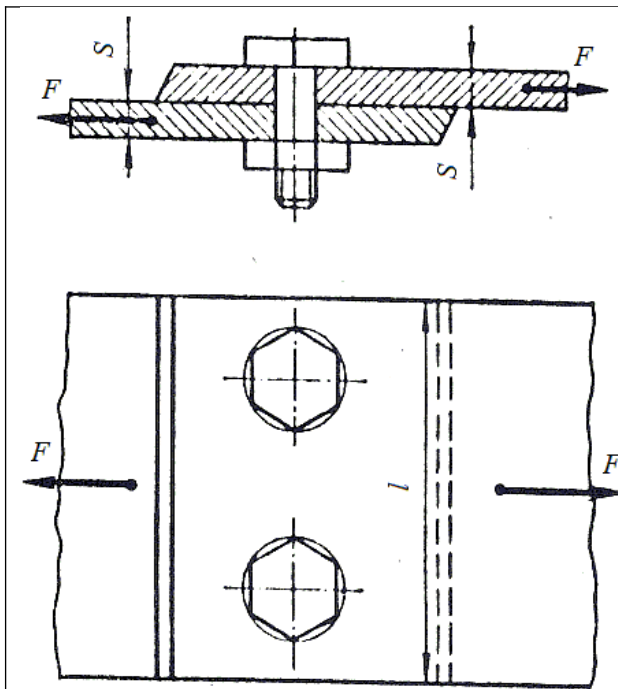
Таблица 6.1

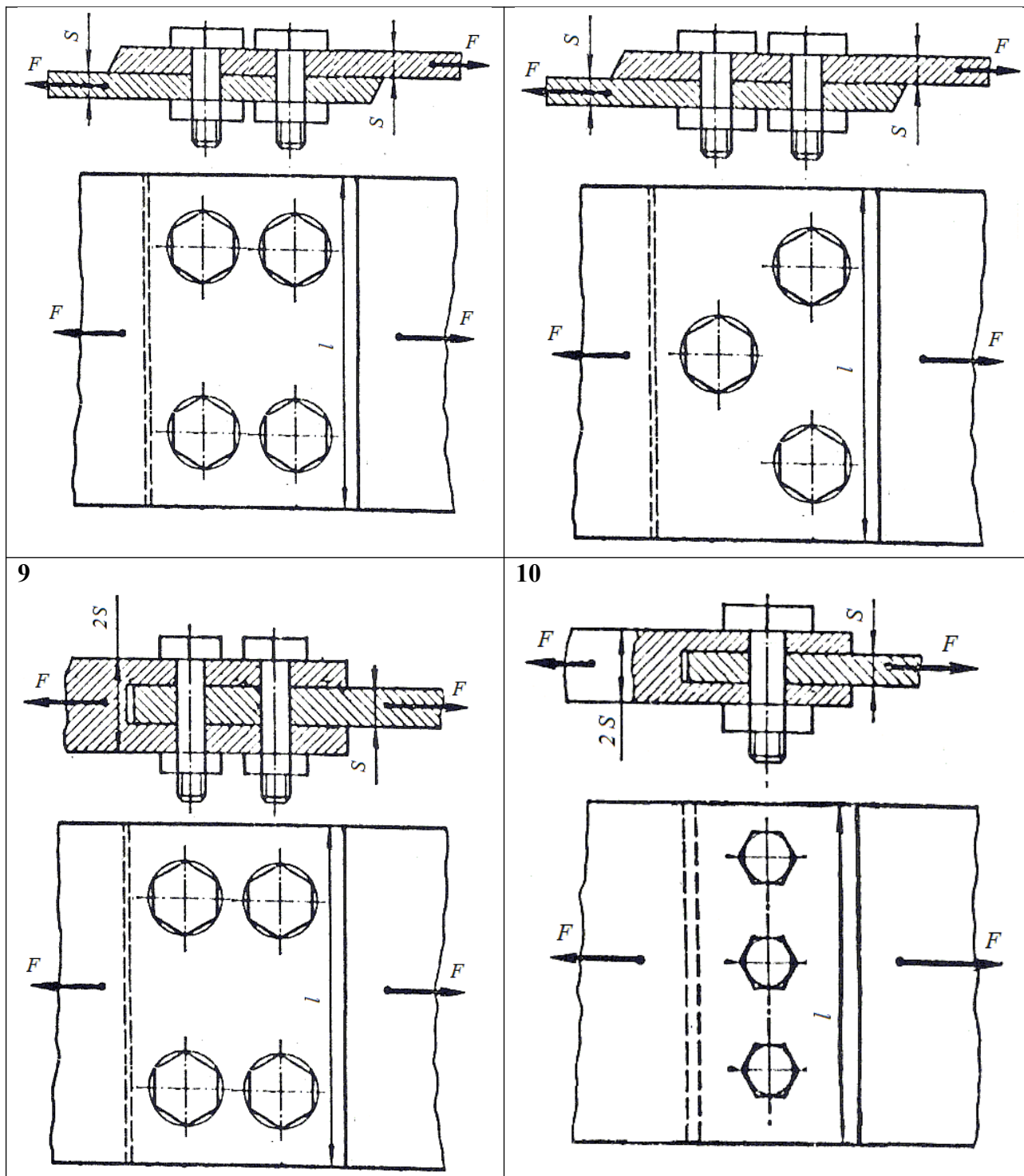
Номер схемы на рисунке 4										F	S
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
Варианты										кН	мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	180	14

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	200	16
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	160	10

Рисунок 6.3







Практическая работа №7

Тема: «Расчеты на прочность и жесткость при кручении».

Цель занятия: Научиться определять величину крутящих моментов, касательные напряжения и выполнять проверку вала в опасном сечении на прочность.

Необходимые материалы:

1. Тетрадь для практических занятий.
2. Методические указания по выполнению практических занятий по дисциплине «Техническая механика».
3. Микрокалькулятор и канцелярские принадлежности.

Порядок выполнения задания:

1. Повторить тему «Деформация кручения».
2. По номеру в журнале выписать из таблицы величины и схему.
3. Изобразить расчетную схему.
4. Определить крутящие моменты M_k .
5. Определить касательные напряжения.
6. Выполнить проверочный расчет.
7. Сформулировать вывод.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ

1. Внутренние силы при кручении

Кручением называют такой вид деформации, при котором в его поперечном сечении возникает только крутящий момент M_k .

Для определения крутящего момента в поперечном сечении вала применяют метод сечения:

- Вал разбивают на участки, границами которых являются сечения, где приложены скручивающие моменты и сечения, где изменяется диаметр.
- В пределах каждого участка используют метод сечений: разрезают вал поперечным сечением; отбрасывают одну из частей вала (желательно ту, к которой приложено больше скручивающих моментов или моменты, величина которых неизвестна).
- Пользуясь соответствующими правилами, определяют величину крутящих моментов.

I правило: величина крутящего момента M_k в произвольном сечении вала численно равна алгебраической сумме внешних скручивающих моментов, приложенных к оставшейся части вала.

$$M_k = \sum M_i$$

II правило (правило знаков): если внешний скручивающий момент представляется направленным по часовой стрелке при взгляде на поперечное сечение со стороны оставшейся части, то его следует взять со знаком «плюс», а если против часовой стрелки, то со знаком «минус» (рис. 7.1).

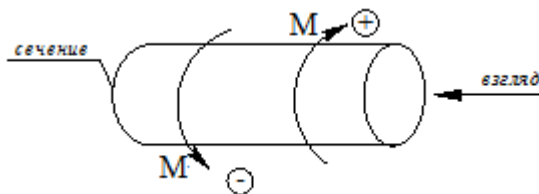


Рис. 7.1.

Порядок построения эпюр моментов M_k :

- Проводят ось эпюры непосредственно под расчетной схемой (рис. 7.2, б).
- В пределах каждого участка откладывают значения « M_k » в выбранном масштабе: положительные – вверх, отрицательные – вниз (рис. 7.2, б).
- Через концы полученных отрезков проводят прямые, параллельные оси эпюры.
- Штрихуют эпюру линиями, перпендикулярными оси эпюры (вала), т.к. каждая линия штриховки имеет определенный физический смысл: в выбранном масштабе она соответствует значению крутящего момента в данном сечении (рис. 7.2, б).

Указывают на эпюру значения « M_k » в пределах каждого участка.

На большем поле эпюры крутящих моментов один раз сверху от оси указывают знак «плюс», снизу – знак «минус».

Над эпюрой выполняют надпись: Эп. « M_k » ($\text{кН} \cdot \text{м}$).

Рассмотрим вышеизложенное на примере.

Определим величину крутящих моментов в поперечных сечениях вала, представленного на рис. 7.2 а.

- Разбиваем вал на три участка.
- Определяем крутящие моменты в поперечных сечениях участков вала:

$$M_{I_k} = -2m; \quad M_{2_k} = -2m + 3m = m;$$

$$M_{3_k} = -2m + 3m + 5m = 6m.$$

- В данном примере мы отбрасываем во всех случаях левую часть вала, т. к. к ней приложен неизвестный реактивный момент (реакция заделки) (рис. 7.2, а).

Правила контроля правильности построения эпюры « M_k ».

1. В пределах каждого участка эпюра « M_k ». изображается прямой, параллельной оси эпюры.

2. В сечениях вала, в которых приложены внешние скручивающие моменты на эпюре, имеются скачки, величина которых соответствует величине приложенного скручивающего момента.

Например: в сечении, где приложен момент $3m$, величина скачка равна $3m$ ($2m + m$).

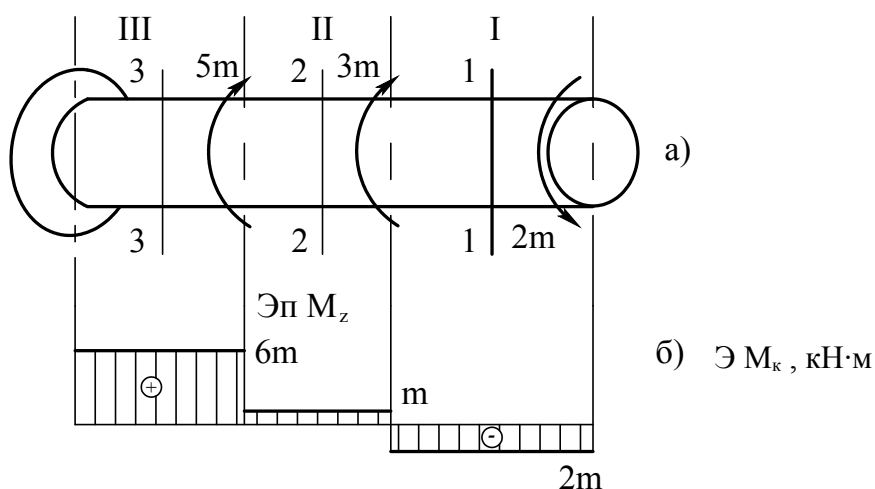


Рис. 7.2.

2. Напряжения в поперечных сечениях вала

Крутящему моменту соответствуют касательные напряжения τ , которые распределяются по линейному закону вдоль диаметра, рис. 7.3. Величина касательных напряжений в любой точке поперечного сечения может быть определена по формуле:

$$\tau = \frac{M_K}{I_\rho} \cdot \rho, \quad (1)$$

где M_K – крутящий момент;
 I_ρ – полярный момент инерции.

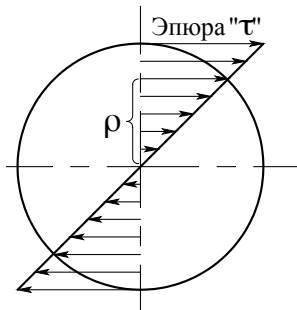


Рис. 7.3

Для круглого сечения полярный момент инерции равен:

$$I_\rho = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \approx 0,1 d^4, \quad (2)$$

где d – диаметр круглого сечения;

ρ – расстояние от центра круга (полюса) до точки, в которой определяется напряжение.

Для кольцевого сечения (рис. 7.5):

$$I_\rho = \frac{\pi \cdot D^4}{32} (1 - c^4) \approx 0,1 D^4 (1 - c^4) \quad (3)$$

Из формулы (1) следует, что касательное напряжение в центре сечения равно нулю, а максимальные по величине напряжения действуют в точках контура сечения (так

называемые «опасные точки»), т. е. при $\rho = \frac{d}{2}$. Величина этих напряжений может быть определена по формуле:

$$\tau_{max} = \frac{M_K}{W_\rho}, \quad (4)$$

где W_ρ – полярный момент сопротивления.

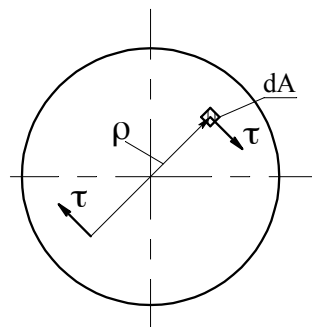


Рис. 7.4.

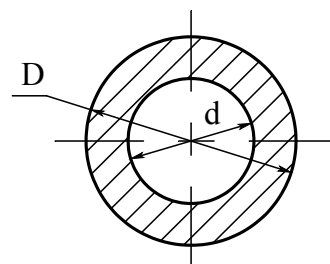


Рис. 7.5.

Для круглого сечения:

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \approx 0,2 \cdot d^3 \quad (5)$$

Для кольцевого сечения:

$$W_p = \frac{\pi \cdot D^3}{16} (1 - c^4) \approx 0,2 \cdot D^3 (1 - c^4) \quad (6)$$

$$c = \frac{d}{D}$$

где D – внешний диаметр кольца; c – отношение диаметров:

Направление касательного напряжения в каждой точке сечения перпендикулярно радиусу (рис. 7.4).

3. Расчет на прочность

Прочность бруса, работающего на кручение, считается обеспеченной, если наибольшие касательные напряжения, возникающие в его опасном сечении, не превышают величины допускаемого напряжения.

Для вала постоянного диаметра опасным является участок, в котором действует наибольший крутящий момент. Для вала, представленного на рис. 2, опасным является третий участок.

Для ступенчатого вала, опасным считают участок вала, в поперечных сечениях которого действуют наибольшие по величине касательные напряжения.

Условие прочности при кручении имеет вид:

$$\tau_{max} = \frac{M_K}{W_p} \leq [\tau] \quad (8)$$

где τ_{max} – максимальное напряжение в опасном сечении вала;

M_K – крутящий момент;

W_p – полярный момент сопротивления поперечного сечения вала;

$[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение; для пластичных материалов принимают равным $[\tau] \approx (0,55 \div 0,60) [\sigma]$.

Различают три вида расчетов на прочность: проверочный, проектный и определение допускаемой нагрузки.

Виды расчетов на прочность:

а) проверочный – осуществляется по условию (8). Расчет производится с целью оценки прочности вала под действием заданной нагрузки.

$$\tau_{max} = \frac{M_K}{W_p} \leq [\tau] \quad ,$$

б) проектный – осуществляется по условию:

$$\tau_{max} = \frac{M_K}{W_p} \quad (9)$$

где $M_K = M_{K/max}$, значение его берем из эпюры « M_K »;

$[\tau]$ – допускаемое напряжение;

W_p – полярный момент сопротивления.

Затем определяют диаметры поперечных сечений вала.

Для круглого сечения по формуле:

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_p}{0,2}} \quad (10)$$

Для кольцевого сечения:

$$D = \sqrt[3]{\frac{W_p}{0,2(1-c^4)}} \quad (11)$$

где D – наружный диаметр кольца;

$$c = \frac{d}{D} ;$$

d – внутренний диаметр кольца.

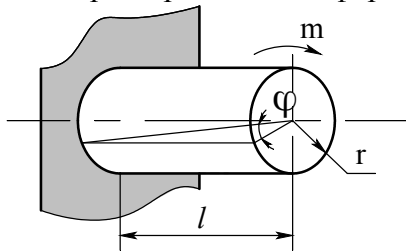
Полученное значение диаметра следует округлить до ближайшего большего четного числа или числа, оканчивающегося на **5**.

в) определение допускаемой нагрузки - определяют наибольшие крутящие моменты на участках вала по формуле:

$$M_k = W_p [\tau] \quad (12)$$

4. Деформации при кручении

Характеристикой деформации при кручении является угол закручивания φ (рис. 7.6) -



это угол, на который поперечное сечение поворачивается по отношению к своему первоначальному положению. В пределах упругих деформаций угол закручивания связан с крутящим моментом линейной зависимостью:

$$\varphi = \frac{M_K \cdot l}{I_p \cdot G}, \quad (13)$$

Рис. 7.6

где M_K – крутящий момент;

l – длина участка вала (расстояние между сечениями, относительный (взаимный) угол поворота которых определяется);

I_p – полярный момент инерции;

G – модуль сдвига.

Мерой жесткости при кручении является относительный угол закручивания θ (угол закручивания на единицу длины вала).

Следует отметить, что в отличие от допускаемого напряжения, зависящего в первую очередь от материала вала, допускаемый угол закручивания зависит от назначения вала.

Значения допускаемых углов закручивания, встречающихся в различных отраслях машиностроения, весьма разнообразны; наиболее распространены значения

$$[\theta_0] = (4,38 \dots 17,5) \cdot 10^{-3} \text{ рад/м} = 0,25 \dots 1,0 \text{ град/м}.$$

Условие жесткости при кручении имеет вид:

$$\theta = \frac{M_K}{GJ_p} \leq [\theta_0]. \quad (14)$$

При проектном расчете отсюда определяют требуемое значение I_p , а затем из формул (2) и (3) вычисляют диаметр вала. Из двух значений диаметров вала, определенных из расчетов на прочность и жесткость, в качестве окончательного (исполнительного размера) должен быть, принят больший.

Окончательные значения диаметров округлить до ближайших стандартных по ГОСТ (30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 105, 110, 115, 120, 125, 130, 135, 140, 145, 150, 155, 160).

В этой формуле допускаемый относительный угол закручивания $[\theta_0]$ должен быть выражен в радианах; если этот угол дан в градусах, то соотношение для определения I_p будет выглядеть следующим образом:

$$I_p = \frac{M_K}{G \theta_{\text{адм}}} \cdot \frac{180}{\pi},$$

но $I_p = 0,1 d^4$, поэтому

$$d_{\text{жест.}} = \sqrt[4]{\frac{10 M_K}{G \theta_{\text{адм}}} \cdot \frac{180}{\pi}}.$$

Допускаемый угол закручивания $[\theta]$ обычно задается в $1^\circ/\text{м}$

Обычно принимается $[\theta] = 0,5^\circ$ на 1 м длины вала.

5. Закон Гука при кручении

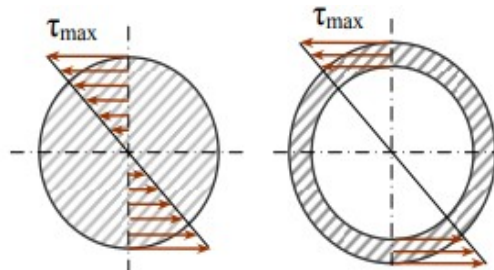
При кручении возникает напряженное состояние, называемое «чистым сдвигом». При сдвиге на боковой поверхности вала возникают касательные напряжения, которые по закону Гука пропорциональны углу сдвига.

$$\tau = G \gamma \quad \tau = G \gamma,$$

где G - модуль упругости при сдвиге;

γ - угол сдвига.

Примечание. Полученный результат по сопоставлению металлоемкости валов ожидаем, поскольку достаточно большой объем материала, сосредоточенный около центра тяжести сечения, испытывает напряжения ниже допустимого и вклад его в общую прочность конструкции невелик. Поэтому целесообразно убирать неработающий материал из этой области. Конструкции из полого сечения созданы природой: камыш, тростник, бамбук, злаковые культуры, трубчатые кости птиц и млекопитающих. В авиации и космонавтике используют полые валы, в строительстве – пустотные плиты перекрытий.



Методические указания по выполнению задания:

1. Изобразить расчетную схему.
2. Разбить вал на участки и пронумеровать их.
3. Определить крутящие моменты на каждом участке – M_k .
4. Построить эпюру крутящих моментов – M_k .
5. Определить требуемый поперечный момент сопротивления для каждого участка:

$$W_p \approx 0,2 \times d^3$$

1. Определить касательные напряжения для каждого участка:

$$\tau = M_k / W_p$$

7. Построить эпюру касательных напряжений – τ .
8. Выполнить проверочный расчет на прочность:

$$\tau_{kmax} = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau]$$

9. Вывод.

Пример расчета

Для заданной расчетной схемы вала требуется (рис. 7.7): построить эпюры крутящих моментов и касательных напряжений; проверить прочность вала. Определить угол поворота сечения вала, в котором изменяется его диаметр. Исходные данные взять из табл. 7.1.

Таблица 7.1

Исходные данные

m_1	m_2	m_3	a	b	c	$[\tau]$	G	d_1	D_2
кН · м			м			МПа		см	
0,3	0,4	0,2	0,3	0,2	0,4	60	$8 \cdot 10^4$	4	5

Решение

1. Разбиваем вал на четыре участка.
2. Определяем величины крутящих моментов в поперечных сечениях каждого участка вала:

$$M_k = \Sigma M_i;$$

$$M_{K1} = -m_3 = -0,2 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{K2} = -m_3 - m_2 = -0,2 - 0,4 = -0,6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{K3} = -m_3 - m_2 = -0,2 - 0,4 = -0,6 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_{K4} = -m_3 - m_2 + m_1 = -0,2 - 0,4 + 0,3 = -0,3 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

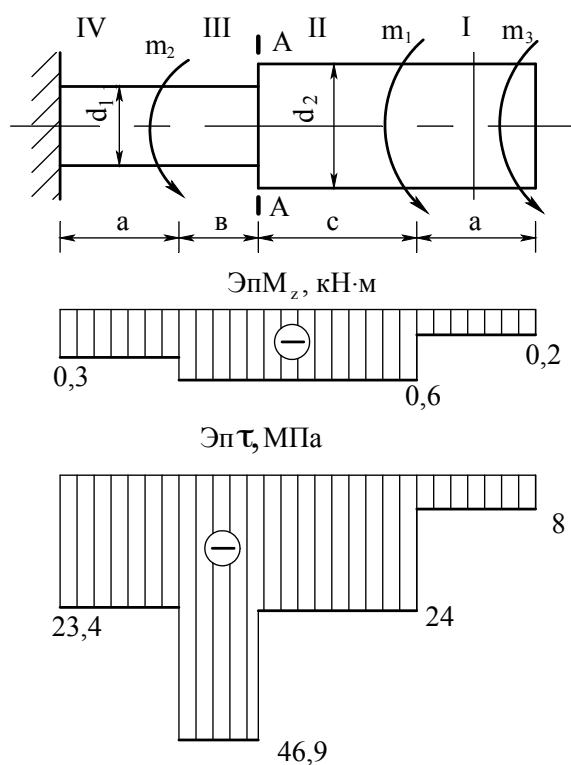


Рис. 7.7

3. Определяем полярные моменты сопротивления поперечных сечений вала:

$$W_\rho = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2 d^3,$$

для участков 1 и 2:

$$W_\rho = 0,2 \cdot 5^3 = 2,5 \text{ см}^3,$$

для участков 3 и 4:

$$W_\rho = 0,2 \cdot 4^3 = 12,8 \text{ см}^3.$$

4. Определяем максимальные касательные напряжения в поперечных сечениях вала и строим их эпюру

$$\tau_{\max} = \frac{M_k}{W_\rho},$$

где M_k – крутящий момент; его значение берем из эпюры « M_k »:

$$\tau_1 = -\frac{0,2 \cdot 10^6}{25 \cdot 10^3} = -8 \text{ МПа,}$$

$$\tau_2 = -\frac{0,6 \cdot 10^6}{25 \cdot 10^3} = -24 \text{ МПа,}$$

$$\tau_3 = -\frac{0,6 \cdot 10^6}{12,8 \cdot 10^3} = -46,9 \text{ МПа,}$$

$$\tau_4 = -\frac{0,3 \cdot 10^6}{12,8 \cdot 10^3} = -23,4 \text{ МПа.}$$

Опасным является третий участок вала.

5. Вывод о прочности вала: так как $\tau_{max} = 46,9 \text{ МПа} < [\tau] = 55 \text{ МПа}$, то прочность вала обеспечивается.

6. Определяем полярные моменты инерции поперечных сечений 3-го и 4-го участков вала:

$$I_\rho = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1 d^4$$

$$I_\rho = 0,1 \cdot 4^4 = 25,6 \text{ см}^4.$$

7. Определяем углы закручивания III и IV участков вала:

$$\varphi = \frac{M_k \cdot l}{I_\rho \cdot G},$$

где M_k – крутящий момент;

l – длина участка;

G – модуль сдвига:

$$\phi_3 = \frac{-0,6 \cdot 10^6 \cdot 0,2 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 25,6 \cdot 10^4} = \frac{-0,6 \cdot 0,2 \cdot 10}{8 \cdot 25,6} = -5,85 \cdot 10^{-3} \text{ рад,}$$

$$\phi_4 = \frac{-0,3 \cdot 10^6 \cdot 0,3 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^4 \cdot 25,6 \cdot 10^4} = -4,39 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

8. Определяем угол поворота сечения А-А:

$$\alpha_{A-A} = \varphi_3 + \varphi_4 = -(5,85 + 4,39) \cdot 10^{-3} \text{ рад} = -10,24 \cdot 10^{-3} \text{ рад.}$$

$$\alpha_{A-A}^\circ = -10,24 \cdot 10^{-3} \cdot 57^\circ = -0,58^\circ.$$

Сечение А-А повернется на угол $0,58^\circ$ против часовой стрелки.

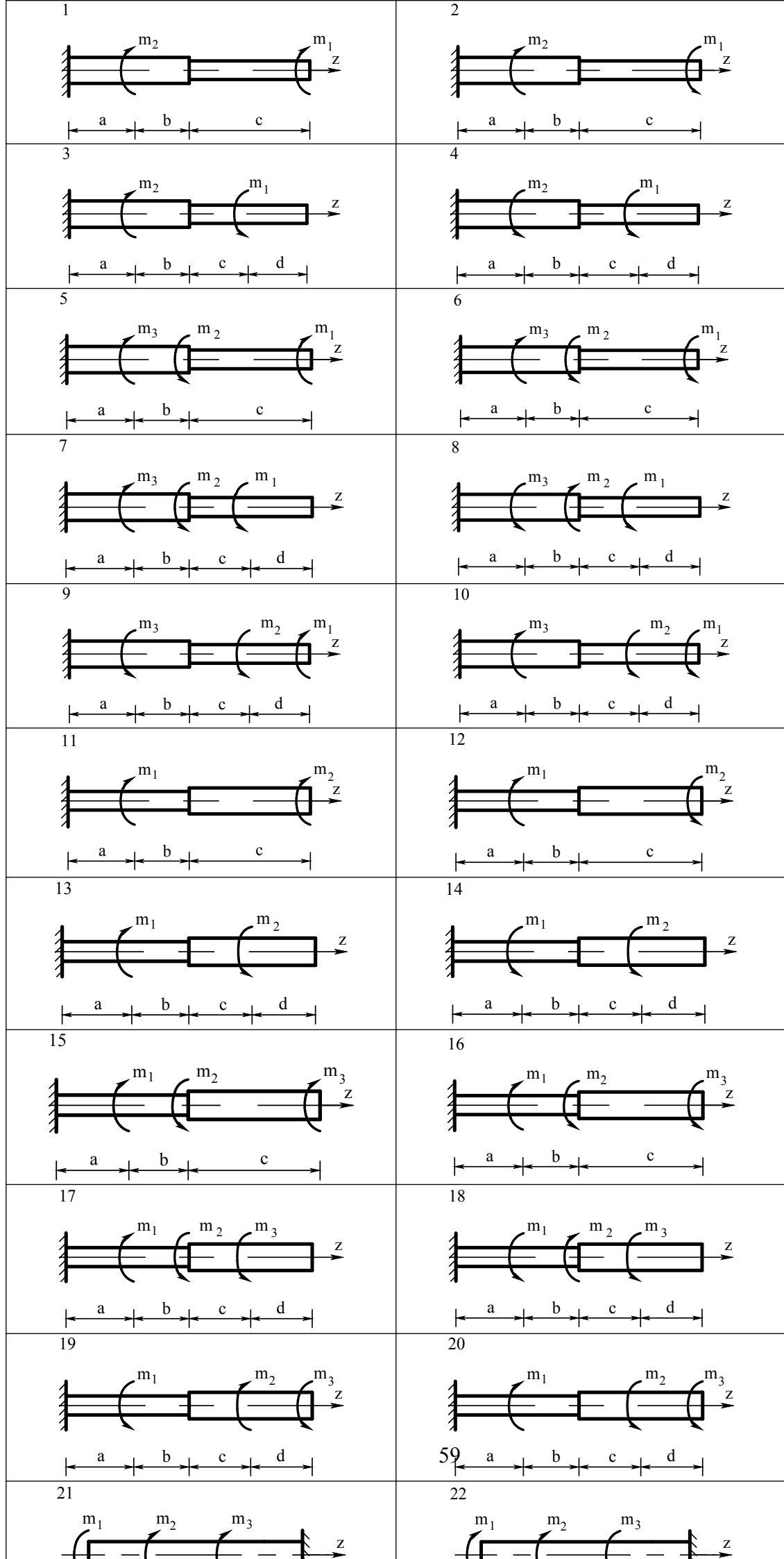
ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Для заданной расчетной схемы вала требуется (рис. 7.8): построить эпюры крутящих моментов и касательных напряжений; проверить прочность вала. Определить угол поворота сечения вала, в котором изменяется его диаметр. Исходные данные взять из табл.7.2.

Таблица 7.2

Вариант №	m ₁	m ₂	m ₃	d ₁	d ₂	[τ]
	кН · м			см		МПа
1	0,1	0,4	-	4	5	35
2	0,2	0,3	-	5	6	40
3	0,3	0,2	-	6	7	50
4	0,4	0,3	-	7	8	50
5	0,2	0,4	0,2	8	10	60
6	0,3	0,2	0,6	11	12	80
7	0,2	0,2	0,3	12	14	70
8	0,3	0,1	0,5	13	14	60
9	0,1	0,5	0,3	5	8	40
10	0,2	0,8	0,4	4	6	50
11	0,2	0,4	-	5	4	35
12	0,2	0,5	-	6	5	80
13	0,3	0,6	-	7	6	50
14	0,8	0,3	-	8	7	90
15	0,2	0,8	0,2	10	8	60
16	0,3	0,5	0,6	12	11	80
17	0,2	0,4	0,3	14	12	70
18	0,3	0,1	0,6	15	13	60
19	0,1	0,5	0,3	8	5	100
20	0,6	0,8	0,4	6	4	50
21	0,2	0,8	0,4	4	-	50
22	0,2	0,4	0,6	5	-	35
23	0,3	0,6	-	4	6	50
24	0,8	0,3	-	8	7	90
25	0,2	0,8	0,2	10	8	60
26	0,3	0,5	0,6	8	11	80

Рисунок 7.8



Практическая работа №8

Тема: «Расчет балки на прочность при изгибе».

Цель занятия: Научиться проводить расчеты на прочность при изгибе (проектный расчет).

Необходимые материалы:

1. Тетрадь для практических занятий.
2. Методические указания по выполнению практических занятий по дисциплине «Техническая механика».
3. Микрокалькулятор и канцелярские принадлежности.

Порядок выполнения задания:

1. Повторить тему «Изгиб».
2. По номеру в журнале выписать из таблицы величины и схему балки.
3. Определить опорные реакции из уравнений равновесия статики.
4. Построить эпюры поперечных сил Q_y и изгибающих моментов M_x .
5. Из условия прочности определить величину осевого момента сопротивления для опасного сечения, приняв $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$.
6. Вычисляем размеры поперечного сечения балки.
7. Сформулировать вывод.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ

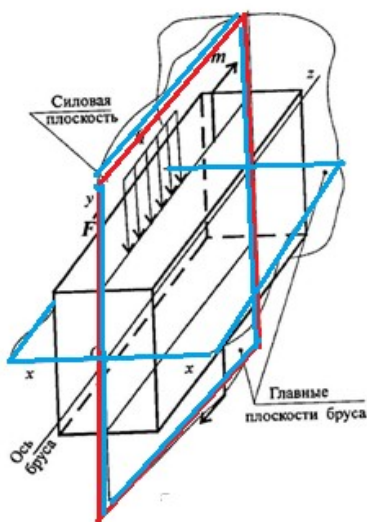
1. Внутренние силы при изгибе.

Чистым изгибом называется деформация, при которой в поперечном сечении бруса возникает только изгибающий момент.

Деформация чистый изгиб возникает в том случае, если к прямому брусу в плоскости, проходящей через ось бруса, приложить две равные по величине и противоположные по знаку пары сил.

Поперечным изгибом называется деформация, при которой в поперечном сечении бруса возникает изгибающий момент и поперечная сила.

Деформация поперечный изгиб возникает в том случае, если к прямому брусу приложены активные и реактивные силы, перпендикулярные оси бруса.



Пусть брус, закрепленный справа, нагружен внешними силами и моментом.

Плоскость, в которой расположены внешние силы и моменты **называется силовой плоскостью**.

Если все силы лежат в одной плоскости, то изгиб называется **прямым**.

Плоскость, проходящая через продольную ось бруса и одну из главных центральных осей его поперечного сечения бруса, **называется главной плоскостью бруса**.

Если силовая плоскость совпадает с главной плоскостью бруса, **изгиб называется прямым**.

Для определения внутренних силовых факторов используют метод сечения.

При прямом поперечном изгибе в поперечных сечениях балки возникает два внутренних силовых фактора – поперечная сила Q_y и изгибающий момент M_x .

Поперечная сила, возникающая в произвольном поперечном сечении, численно равна алгебраической сумме всех внешних сил, действующих справа или слева от

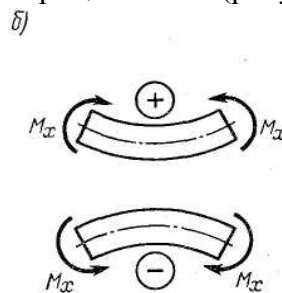
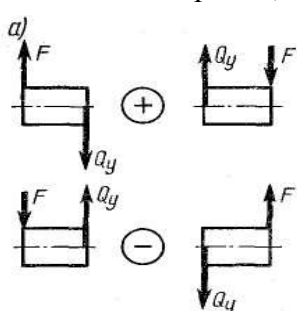
$$Q_y = \sum F_i \quad \text{сечения.}$$

Изгибающий момент в произвольном поперечном сечении численно равен алгебраической сумме моментов относительно центра тяжести сечения всех внешних сил, действующих справа или слева от сечения.

$$M_x = \sum M_i$$

Правило знаков для силы:

- Если внешняя сила F , стремится повернуть рассматриваемую часть балки по часовые стрелки, то поперечная сила будет положительной;
- Если внешняя сила F , стремится повернуть рассматриваемую часть балки против часовой стрелки, то поперечная сила будет отрицательной (рисунок а).



Правило знаков для момента:

- Если внешняя нагрузка стремится изогнуть балку выпуклостью вниз, то изгибающий момент будет положительный;
- Если внешняя нагрузка стремится изогнуть балку выпуклостью вверх, то изгибающий момент будет отрицательным.

Для балок, имеющих много участков нагружения, т. е. нагруженных комбинацией нагрузок, целесообразно строить эпюры по характерным сечениям, а именно: вычислять поперечные силы и изгибающие моменты только для сечений, в которых эпюры претерпевают изменения, а затем, зная закон изменения эпюры между найденными сечениями, соединить их соответствующими линиями. К характерным относятся сечения, в которых приложены сосредоточенные силы или моменты.

Для построения эпюр необходимо запомнить следующие правила:

1. На участках, где изгибающий момент постоянен, поперечная сила равна нулю.
2. На участках, где приложена сосредоточенная сила: сила постоянна, а изгибающий момент изменяется по линейному закону, т.е. по прямой.

3. В точках приложения сосредоточенных сил на эпюре поперечных сил имеют место скачки, равные по значению силам, а на эпюре моментов - переломы, направленные навстречу силам.
4. В точках приложения пар сил на эпюре моментов возникают скачки, равные моментам пар, а эпюра Q_y не претерпевает изменения.
5. В точках, где поперечная сила равна нулю, значение момента принимает экстремальное значение - *max* или *min*.
6. В сечениях, где приложена сосредоточенная сила, значение поперечной силы определяется левее или правее сечений.
7. В сечениях, где приложена пара сил, значение изгибающего момента определяется правее или левее сечения.
8. Если на концах балки не приложена пара сил, то изгибающий момент равен нулю.
9. Если на концах балки не приложен внешний момент, то значение изгибающих моментов равно нулю.
10. Если на концах балки приложен внешний момент, то значение изгибающего момента равно внешнему моменту. При этом необходимо определить его знак.
11. При построении эпюры для консольной балки начало координат удобно брать на свободном конце балки, что дает возможность обойтись без определения реакций опор. В сечении соответствующем заделке, поперечная сила равна реактивной силе, а изгибающий момент – реактивному моменту.

После построения эпюры необходимо проверить, применяя следующие правила:

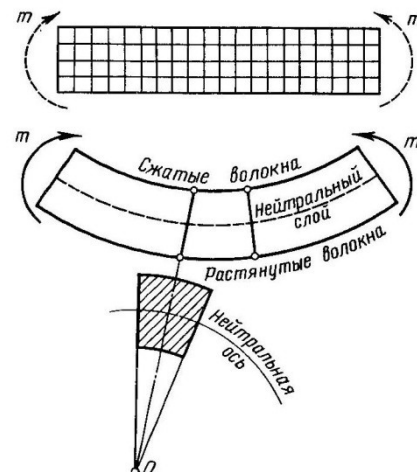
1. Правильность построения эпюр проверяют всегда слева на право.
2. Если $Q = 0$, то $M_u = const$.
3. Если $Q > 0$, то M_u - возрастает.
4. Если $Q < 0$, то M_u - убывает.

Последовательность решения задачи на построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов:

1. Освобождаем балку от опор, а действие опор заменяем реакциями опор.
2. Определяем реакции опор балки (по двум уравнениям моментов: одно – относительно левой опоры, второе – относительно правой), а затем обязательно проверить правильность решения по уравнению проекций на ось, перпендикулярную балке;
3. Определяем характерные сечения балки (сечения балки, где приложены сосредоточенные силы и моменты, включая опорные сечения).
4. Строим эпюру поперечных сил, для чего вычисляем значения поперечных сил в характерных сечениях.
5. Строим эпюру изгибающих моментов, для чего определяем значение изгибающих моментов в характерных сечениях.

2. Напряжения в поперечных сечениях балки.

При деформации изгиба:



- Поперечные прямые линии остаются прямыми, но повернуться навстречу друг другу;
- Продольные прямые линии и ось бруса искривятся;
- Сечения бруса расширятся в поперечном направлении на вогнутой стороне и сузятся на выпуклой стороне.

Линия пересечения нейтрального слоя с плоскостью поперечного сечения называется **нейтральной осью**.

При чистом изгибе волокна, лежащие на выпуклой стороне, растягиваются, а лежащие на вогнутой стороне – сжимаются, а на границе лежит нейтральный слой, волокна которого только искривляются, не изменяя своей длины. Поэтому при чистом изгибе в поперечном сечении бруса возникают только **нормальные напряжения**, неравномерно распределенные по сечению, из-за искривления волокон и оси бруса.

Относительное удлинение при изгибе прямо пропорционально расстоянию до нейтральной оси.

Для вычисления нормальных напряжений при изгибе используем **закон Гука**:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \frac{y}{\rho} \sigma = E \cdot \varepsilon = E \frac{y}{\rho} .$$

Эта зависимость определяет линейный закон распределения нормальных напряжений по сечению балки. По ширине балки напряжения постоянны. Наибольшего значения они достигают в точках сечения, наиболее удаленных от нейтральной оси. В точках нейтральной оси напряжения равны нулю.

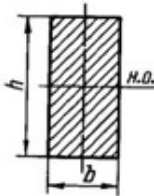
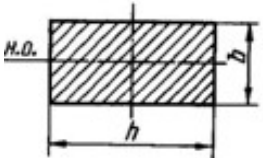
Нормальные напряжения вычисляются по формуле:

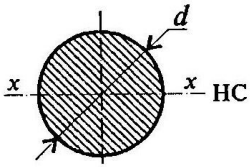
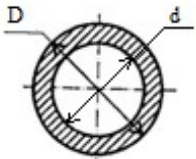
$$\sigma = \frac{M_{\text{н}}}{W_x} ,$$

где W_x - момент сопротивления изгибу.

Единица измерения мм^3 .

Определим моменты сопротивления изгибу наиболее распространенных сечений:

сечение	рисунок	формула
Прямоугольник $b \times h$ $b \times h$		$W = \frac{bh^2}{6}$
Прямоугольник $h \times b$ $h \times b$		$W = \frac{hb^2}{6}$

Круг диаметром d		$W = \frac{\pi d^3}{32}$
Кольцо $D \times d$ $D \times d$		$W = \frac{\pi [(D)^4 - d^4]}{32D}$

3. Расчеты на прочность при изгибе.

Проверку прочности и подбор сечений балок обычно проводят исходя из следующего условия: наибольшие нормальные напряжения в поперечных сечениях не должны превышать допускаемые напряжения на растяжение и сжатие.

Для балок из материалов, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию (сталь и дерево), следует выбирать сечение, симметричное относительно нейтральной оси. В этом случае условие прочности по нормальным напряжениям имеет вид:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} \leq [\sigma] \quad \sigma_{umax} = \frac{M_{umax}}{W_x} \leq [\sigma_u].$$

С помощью условия прочности при изгибе можно решить три задачи:

- **Проверочный расчет на прочность** производится в том случае, если известны размеры поперечного сечения, наибольший изгибающий момент и допускаемое напряжение;

$$\sigma_{umax} = \frac{M_{umax}}{W_x} \leq [\sigma_u].$$

- **Проектный расчет на прочность** производится в том случае, когда заданы действующие на балку нагрузки и необходимо определить размеры поперечного сечения для определенной формы сечения.

$$W_x \geq \frac{M_{umax}}{[\sigma_u]}$$

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{10 W_x}$$

Для круглого сечения:

- **Определение наибольшей допускаемой нагрузки.**

Наиболее выгодные такие сечения, которые дают наибольший момент сопротивления при наименьшей площади.

Методические указания по выполнению задания:

1. Изобразить расчетную схему.
2. Выписать исходные данные из таблицы.
3. Заменить действие опор на балку силами реакций.
4. Составить уравнение равновесия для плоской системы параллельных сил:
$$\sum MA=0; \quad \sum MB=0.$$
5. Найти из уравнений равновесия неизвестные силы реакций.
6. Определить поперечную силу в каждом из характерных сечений, как сумму внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения.
7. Построить эпюру поперечных сил.
8. Определить величину изгибающего момента для каждого характерного сечения, как сумму моментов внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения, относительно центра тяжести этого сечения.
9. Построить эпюру изгибающих моментов.
10. Выбрать наиболее нагруженное сечение, где M_{\max} .
11. Записать уравнение условия прочности при изгибе:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq [\sigma_u].$$

12. Найти требуемую величину осевого сопротивления сечения:

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma_u]} ; \text{ из выражения; } W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1 d^3.$$

13. Определить диаметр наиболее нагруженного поперечного сечения оси:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{10 W_x}$$

14. Округлить диаметр до ближайшего стандартного значения.
15. Вывод

Пример расчета

Для заданной расчетной схемы оси определить реакции опор, построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, если сосредоточенные силы $F_1 = 4$ кН и $F = 8$ кН, момент $M = 11$ кН·м, расстояние $a = 2$ м, $b = 4$ м, $c = 3$ м.

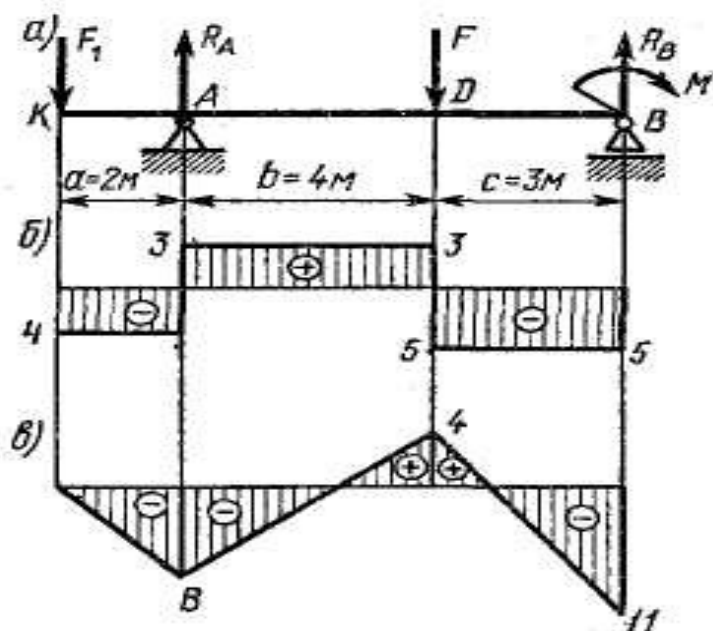
Подобрать диаметр балки из условия прочности при изгибе. Для расчетов принять: материал оси — сталь 40, допускаемое напряжение на изгиб $[\sigma] = 160$ МПа.

Решение

1. Определим опорные реакции:

$$\sum M_A = 0; -F_1 a + Fb + M - R_B(b+c) = 0, \quad (1)$$

$$\sum M_B = 0; -F_1(a+b+c) + R_A(b+c) - Fc + M = 0, \quad (2)$$



Из уравнения (1)
$$R_B = \frac{-F_1 a + F b + M}{b + c} = \frac{-8 + 32 + 11}{7} = 5 \text{ кН};$$

Из уравнения (2)
$$R_A = \frac{F_1 (a + b + c) + F c - M}{b + c} = \frac{36 + 24 - 11}{7} = 7 \text{ кН}.$$

Проверка: $\sum Y = 0, -F_1 - F + R_A + R_B = -4 - 8 + 7 + 5 = 0.$

2. Строим эпюру поперечных сил

В сечении K: $Q_{yK} = -F_1 = -4 \text{ кН}.$

В сечении A: $Q_{yАлев} = -F_1 = -4 \text{ кН};$

$$Q_{yАправ} = -F_1 + R_A = -4 + 7 = 3 \text{ кН}.$$

В сечении D: $Q_{yDлев} = -F_1 + R_A = -4 + 7 = 3 \text{ кН};$

$$Q_{yDправ} = -F_1 + R_A - F = -4 + 7 - 8 = -5 \text{ кН}.$$

В сечении B: $Q_{yB} = -R_B = -5 \text{ кН}.$

3. Строим эпюру изгибающих моментов по характерным сечениям K, A, D, B
В сечении K: $M_{xK} = 0$, так как в этом сечении нет сосредоточенного момента.

В сечении A: $M_{xA} = -F_1 \cdot a = -4 \cdot 2 = -8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$

В сечении B: $M_{xB} = -M = -11 \text{ кН} \cdot \text{м}.$

В сечении D: $M_{xD} = R_{BC} - M = 5 \cdot 3 - 11 = 4 \text{ кН} \cdot \text{м}.$

4. Определяем опасное сечение: это сечение, где возникает максимальный момент – это сечение В и $M_{max} = 11 \text{ кН} \cdot \text{м}$.
5. Из условия прочности определяем W_x (момент сопротивления изгибу).

$$\frac{M_{u \max}}{W_x} \leq [\sigma] \Rightarrow W_x \geq \frac{M_{u \max}}{[\sigma]} = \frac{11 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{160} = 68750 \text{ мм}^3$$

6. Вычисляем размеры сечений балки:

круг - $W_x = \frac{\pi d^3}{32} \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{32 W_x}{\pi}} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 68750}{3,14}} = \sqrt[3]{\frac{32 W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 68750}{3,14}} = 88,82 \text{ мм}.$

Принимаем $d=90 \text{ мм}$.

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

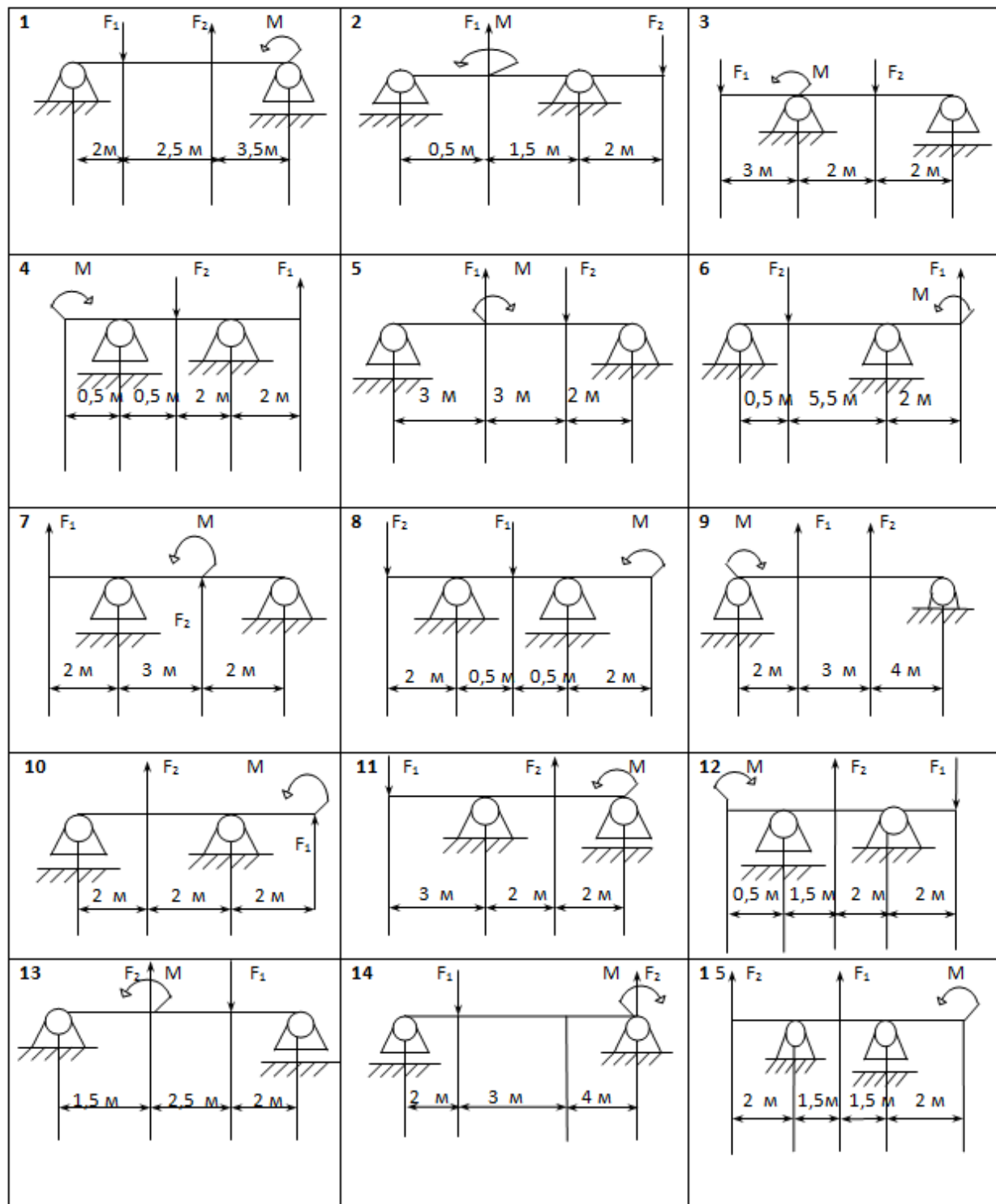
Для заданной расчетной схемы оси определить реакции опор, построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, подобрать диаметр оси из условия прочности при изгибе. Номер варианта принять согласно номеру студента в списке по журналу. Для расчетов принять: материал оси — сталь 40, допускаемое напряжение на изгиб $[\sigma_u] = 100 \text{ МПа}$.

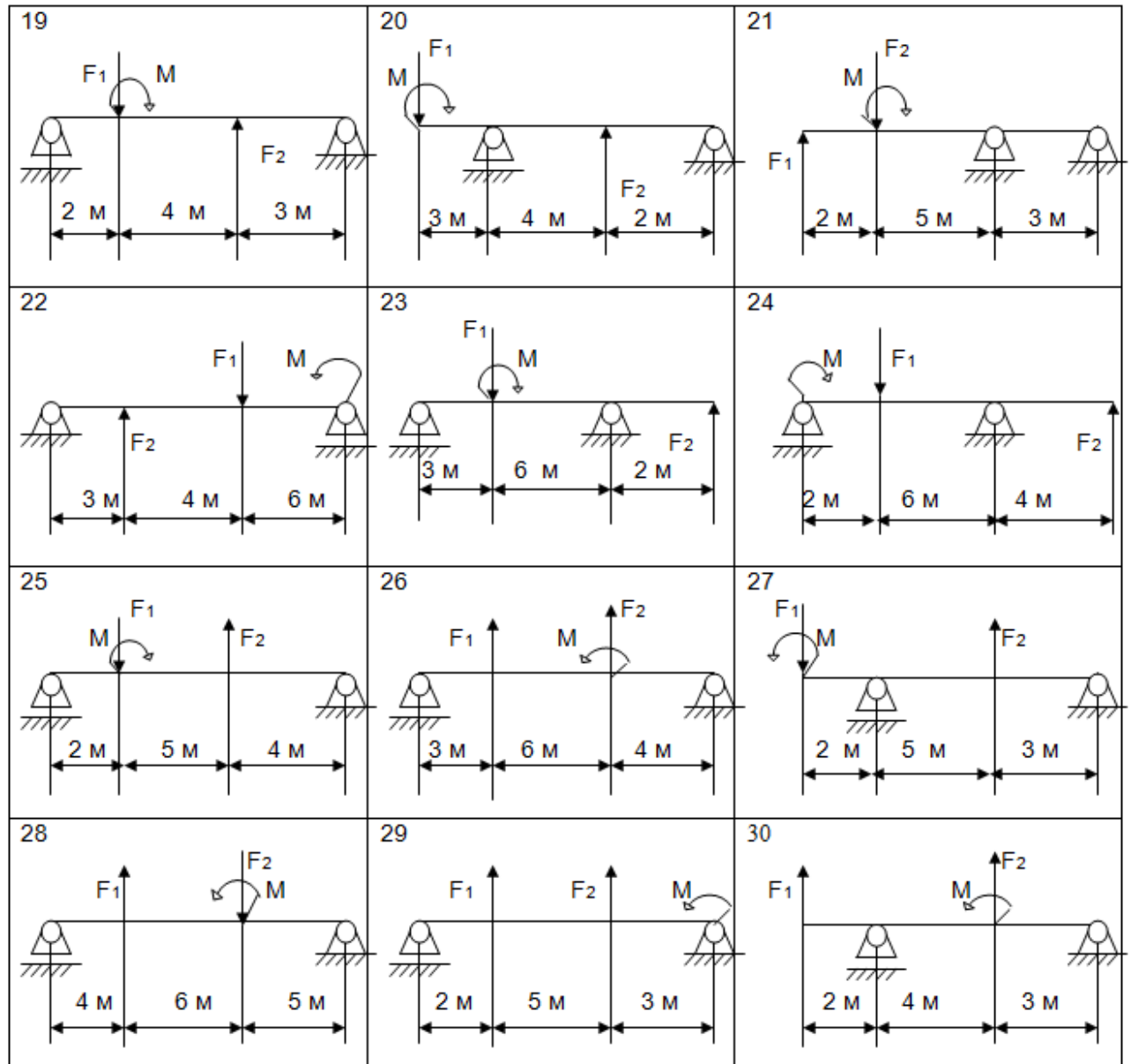
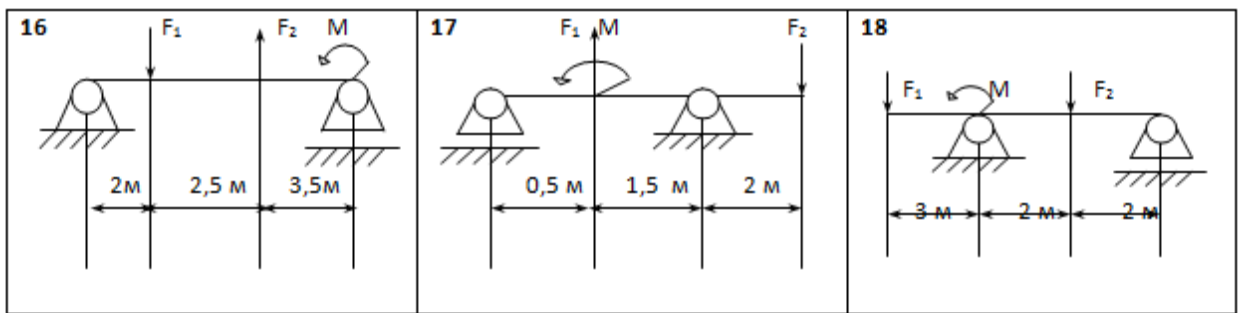
Таблица 8.1

Вариант	№ схемы	F ₁ , кН	F ₂ , кН	M, кН· м	Вариант	№ схемы	F ₁ , кН	F ₂ , кН	M, кН· м
1	1	20	100	30	16	18	13	130	50
2	2	10	110	40	17	19	12	120	30
3	3	20	120	50	18	20	11	110	20
4	4	30	130	60	19	21	12	100	30
5	5	10	140	30	20	22	13	110	20
6	6	20	150	40	21	23	14	120	70
7	7	15	160	70	22	24	15	130	50
8	8	20	170	80	23	25	16	140	80
9	9	25	180	90	24	26	17	150	60
10	10	22	190	20	25	27	18	160	50
11	11	23	200	40	26	28	19	170	40
12	12	21	190	30	27	29	20	180	20

13	13	18	180	50	28	30	21	190	30
14	14	17	170	60	29	13	22	200	20
15	15	16	160	70	30	14	23	190	30

Рисунок 8.1





Практическое занятие № 9

Тема: «Кинематический и силовой расчет многоступенчатой передачи».

Цель занятия: научиться рассчитывать кинематические параметры передачи и получить навыки работы со справочной литературой.

Необходимые материалы:

1. Тетрадь для практических занятий.
2. Методические указания по выполнению практических занятий по дисциплине «Техническая механика».
3. Микрокалькулятор и канцелярские принадлежности.

Порядок выполнения задания:

1. Повторить тему «Механические передачи».
2. По номеру в журнале выписать из таблицы величины.
3. Начертить схему многоступенчатой передачи согласно своему варианту.
4. Посчитать кинематические параметры.
5. Сформулировать вывод.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ

Устройство, приводящее в движение машину или механизм, носит название *привода*. В общем, виде привод включает в себя *двигатель* и *передаточный механизм*, включающий в себя, как правило, механические передачи. Передаточный механизм как инструмент изменения кинематических и силовых параметров обычно представляют в виде кинематической схемы последовательно или параллельно соединенных элементов (звеньев).

Параметры вращательного движения можно характеризовать набором кинематических и энергетических характеристик P_i , T_i , p_i (или ω_i) для каждого вала механизма.

В каждом передаточном механизме различают два основных звена: ведущее и ведомое. Между ведущим и ведомым звеньями в многоступенчатых передачах размещаются промежуточные звенья. Колесо, которое инициирует движение, называется *ведущим*.

Основные кинематические параметры:

а) Передаточное отношений передач; под передаточным отношением понимается отношение угловых скоростей на ведущем и ведомом колесах (валах) передачи. Помимо этого передаточное отношение передачи можно определить

$$u_{1-2} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1}$$

б) Частота вращения и угловые скорости на всех валах привода; зная передаточное отношение можно вычислить угловую скорость и так далее для каждого вала привода.

$$\omega = \frac{\omega}{u_{1-2}}$$

Угловую скорость ω , рад/с, не всегда удобно использовать как характеристику скорости вращательного движения. Многие каталоги и рекомендации в технике для этого применяют частоту вращения n , об/мин. Угловая скорость и частота вращения связаны соотношением

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30}$$

в) Мощность на валах привода:

мощность вращательного движения P , Вт, уменьшается пропорционально к.п.д. механических устройств, служащих для передачи движения с вала на вал

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_1 \cdot \eta_n$$

где η - к.п.д. передачи;

η_n - к.п.д. пары подшипников (опор) вала

г) *Определение величины вращающего момента на валах привода;* момент вращения - М, Н * м. Если мощность P выражается в киловаттах, кВт, то

$$M = \frac{P \cdot 10^3}{\omega}$$

или

$$M = 9550 \frac{P}{n}$$

д) *Определение общего к. п. д. и общего передаточного отношения привода.*

Как известно, передаточное отношение кинематической цепи, состоящей из N последовательно установленных пар, равно произведению передаточных отношений этих пар

$$u = u_{1-2} \cdot u_{2-3} \cdot u_{3-4} \cdot \dots \cdot u_n$$

Общий к.п.д. привода при последовательном соединении механизмов и устройств также определяются произведением частных к. п. д.

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot \dots \cdot \eta_n$$

Методические указания по выполнению задания:

1. Нарисовать кинематическую схему.
2. Дать характеристику передачи.
3. Проставить номера валов римскими цифрами, начиная от вала двигателя (I).
4. Определить общий КПД передачи.
5. Рассчитать общее передаточное отношение привода и передаточное число редуктора.
6. Рассчитать угловые скорости на валах.
7. Рассчитать мощности на валах.
8. Рассчитать вращающие моменты на валах.
9. Все результаты занести в отчет.

Пример

Для привода (рис.9.1), состоящего из электродвигателя мощностью $P_{дв} = 4\text{ кВт}$ с частотой вращения вала двигателя $n_{дв} = 1440\text{ об/мин}$ и двухступенчатой передачи с угловой скоростью выходного вала $\omega_{вых} = 12,5\text{ рад/с}$, определить:

1. общий КПД привода,
2. общее передаточное отношение привода и передаточное число редуктора,
3. угловые скорости на валах,
4. мощности на валах
5. вращающие моменты на валах.

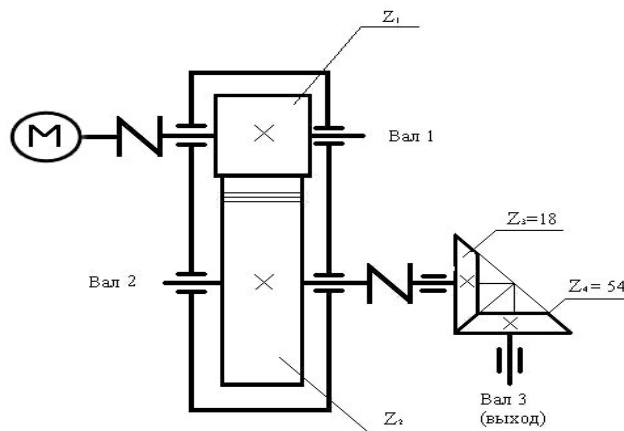


Рис. 9.1

Решение

Даем характеристику привода:

Передача – двухступенчатая, понижающая, т.е. уменьшающая угловую скорость, так как в каждой ступени диаметр выходного звена больше диаметра входного. Первая ступень – закрытая цилиндрическая прямозубая передача (редуктор). Вторая ступень – открытая коническая зубчатая передача.

1. Определяем общий КПД передачи. КПД каждой отдельной передачи берем из Таблицы 9.2.

$$\eta_{\text{общ}} = \eta_1 \cdot \eta_2,$$

где η_1 - $\eta_{\text{зцз}}$ - КПД Зубчатой Цилиндрической Закрытой передачи;

$$\eta_1 = \eta_{\text{зцз}} = 0,96,$$

η_2 - $\eta_{\text{зко}}$ - КПД Зубчатой Конической Открытой передачи;

$$\eta_2 = \eta_{\text{зко}} = 0,95, \quad \eta_{\text{общ}} = 0,97 \cdot 0,95 = 0,92 \quad \eta_1 = \eta_{\text{з.ц.з.}} = 0,97, \quad \eta_2 = \eta_{\text{з.к.о.}} = 0,95 \text{ (таб. 6)}$$

$$\text{тогда } \eta_{\text{общ}} = \eta_1 \cdot \eta_2 = 0,96 \cdot 0,95 = 0,92.$$

2. Определяем угловую скорость вала двигателя

$$\omega_{\text{дв}} = \pi \cdot n_{\text{дв}} / 30 = 3,14 \cdot 1440 / 30 = 150 \text{ рад/с.}$$

Общее передаточное отношение привода:

$$u_{13} = \omega_{\text{дв}} / \omega_{\text{вых}} = 150 / 12,5 = 12.$$

Передаточное число конической передачи:

$$u_{23} = z_4 / z_3 = 54 / 18 = 3, \quad u_{12} = u_p = z_2 / z_1.$$

Общее передаточное отношение привода:

$$u_{13} = u_{12} \cdot u_{23};$$

откуда передаточное число редуктора:

$$u_{12} = u_{13} / u_{23} = 12 / 3 = 4.$$

3. Определяем угловые скорости на валах привода:

$$\omega_1 = \omega_{\text{дв}} = 150 \text{ рад/с}; \quad \omega_3 = \omega_{\text{вых}} = 12,5 \text{ рад/с};$$

$$u_{12} = \omega_1 / \omega_2,$$

$$\text{отсюда } \omega_2 = \omega_1 / u_{12} = 150 / 4 = 37,5 \text{ рад/с.} \quad \omega_2 = \frac{\omega_1}{u_{12}} = \frac{150}{4} = 37,5 \text{ рад/с}$$

4. Определяем мощности на валах:

$$P_1 = P_{\text{дв}} = 4 \text{ кВт};$$

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_1 = 4 \cdot 0,97 = 3,88 \text{ кВт};$$

$$P_3 = P_2 \cdot \eta_2 = 3,88 \cdot 0,95 = 3,68 \text{ кВт};$$

$$\text{или } P_3 = P_1 \cdot \eta_{\text{общ}} = 4 \cdot 0,92 = 3,68 \text{ кВт};$$

5. Определяем вращающие моменты на валах привода:

$$M_1 = P_1 / \omega_1 = 4 \cdot 10^3 / 150 = 26,7 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = P_2 / \omega_2 = 3,88 \cdot 10^3 / 37,5 = 103,46 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = P_3 / \omega_3 = 3,68 \cdot 10^3 / 12,5 = 294,4 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = \frac{3,88 \cdot 10^3}{37,5} = 103,46 \text{ Н} \cdot \text{м} \text{ где } P - \text{ в Вт, } \omega - \text{ в рад/с, } M - \text{ в Н} \cdot \text{м.}$$

В понижающих передачах понижение угловых скоростей валов сопровождается соответствующим повышением вращающих моментов. Мощности на валах снижаются

незначительно вследствие потерь на трение в подшипниках и при взаимодействии звеньев.

Задания и схемы для практической работы

Для данного привода требуется определить:

- а) общее КПД и передаточное отношение;
- б) передаточное число редуктора;
- в) мощности, угловые скорости и вращающие моменты для всех валов;
- г) геометрические параметры закрытых передач.

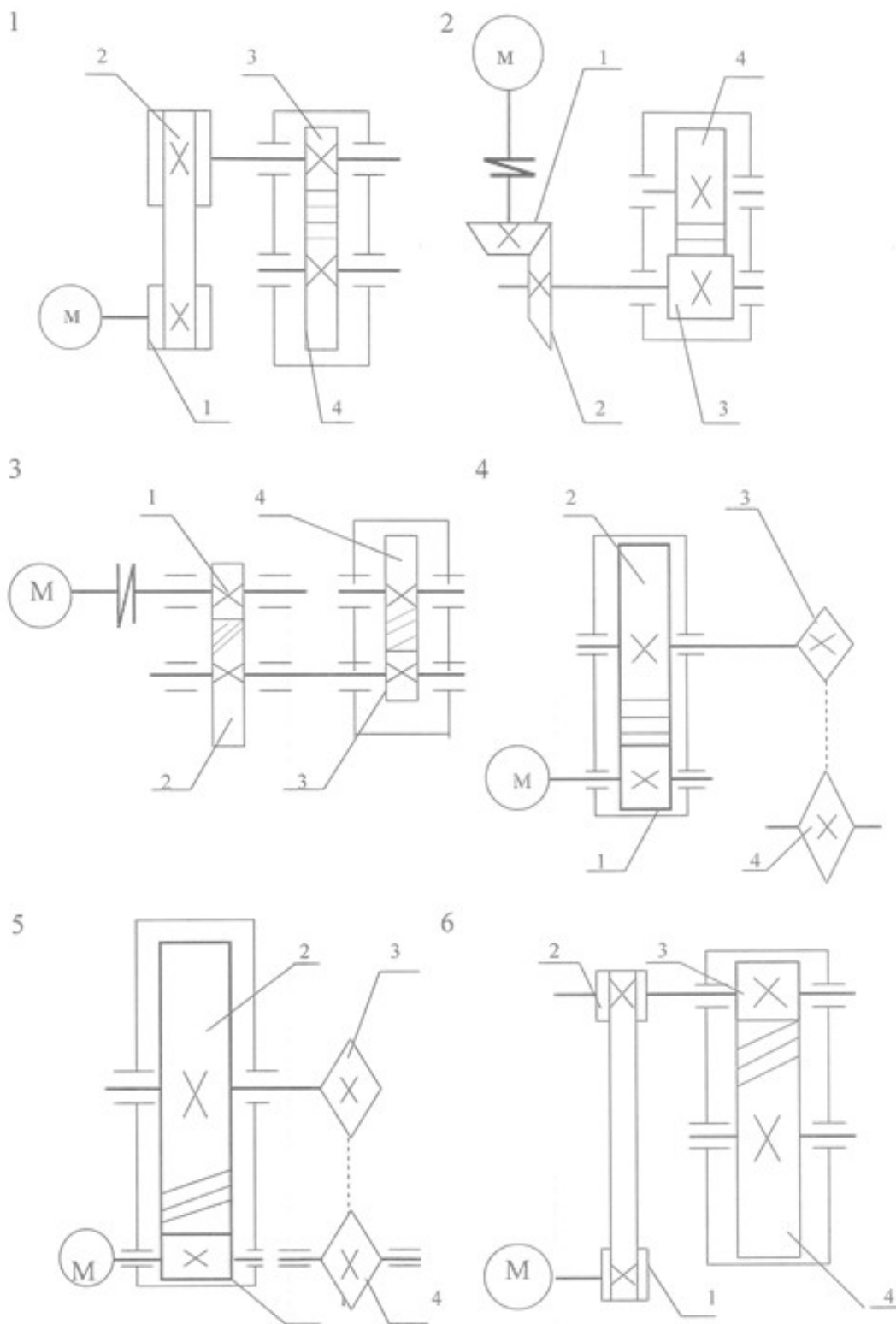
При расчете принять следующие значения КПД:

- 1) червячных – 0,72
- 2) зубчатых
 - а) цилиндрических закрытых – 0,97;
 - открытых – 0,95;
 - б) конических закрытых – 0,96;
 - открытых – 0,95;
- 3) цепных – 0,95;
- 4) ременных – 0,92;
- 5) пары подшипников качения – 0,99;
- 6) сделать эскиз зубчатого колеса, червяка, шестерни по выбору.

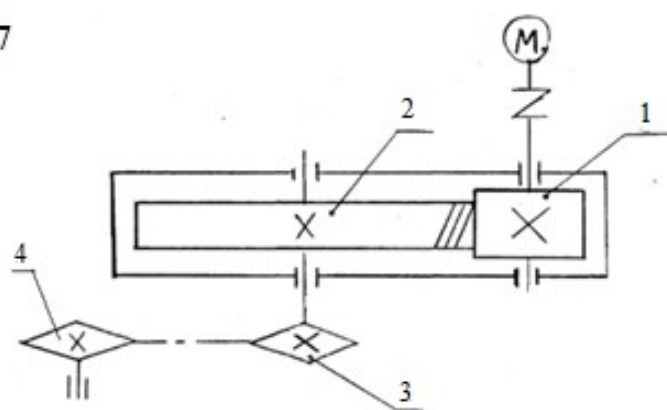
Таблица вариантов заданий

№ вар	№ сх	P _{дв} кВт	W _{дв} Рад/сек	W _{вых} Рад/сек	d ₁ мм	d ₂ мм	Z ₁	Z ₂	Z ₃	Z ₄
1	1	3	149	11	105	315	-	-	20	-
2	2	5,5	156	13	-	-	21	63	33	-
3	3	7,5	157	15	-	-	19	57	-	120
4	4	11	155	13	-	-	25	-	15	45
5	5	3	147	11	-	-	-	90	19	57
6	6	5,5	153	17	95	285	-	-	28	-
7	7	7,5	145	13	-	-	-	80	25	75
8	8	5,5	84	3,5	-	-	-	32	17	51
9	9	6,5	150	2,5	115	345	-	-	-	40
10	10	15	145	5	-	-	23	69	-	40
11	11	2	110	11	105	420	-	-	18	-
12	12	5	144	12	-	-	20	80	25	-
13	13	6	150	15	-	-	20	60	-	100
14	14	10	157,5	9	-	-	22	-	15	75
15	15	2	140	14	200	500	-	-	40	120
16	16	5,5	107	17	88	176	-	-	32	-
17	17	4	132	11	-	-	-	144	27	108
18	18	2,5	168	3,5	60	240	-	-	17	102
19	19	8	75	2,5	115	172,5	-	-	-	40
20	20	12	150	5	-	-	46	138	-	40
21	21	4	210	21	-	-	40	160	21	-
22	22	6	180	30	-	-	21	42	35	-
23	23	8	150	25	-	-	58	116	-	99
24	24	8	124	7,75	110	330	-	-	34	136
25	25	3,5	150	7,5	-	-	-	124	21	105

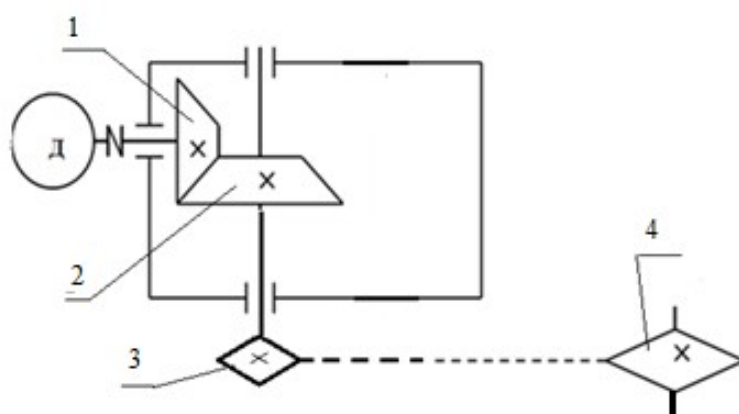
Рисунок 9.2



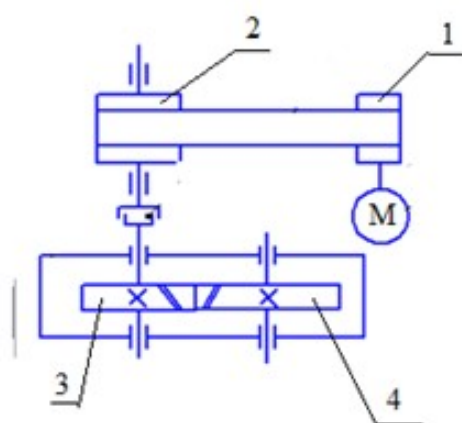
7



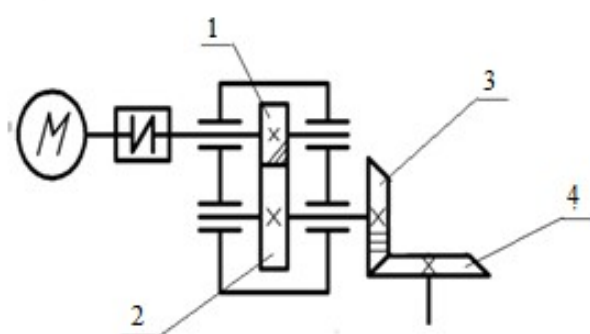
8



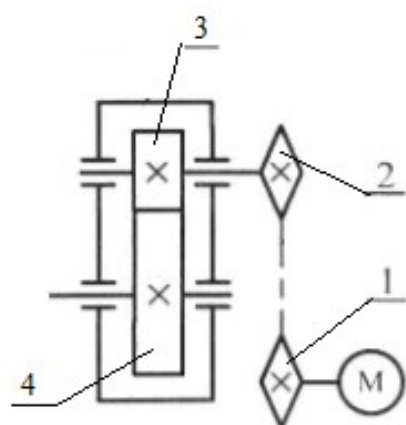
9



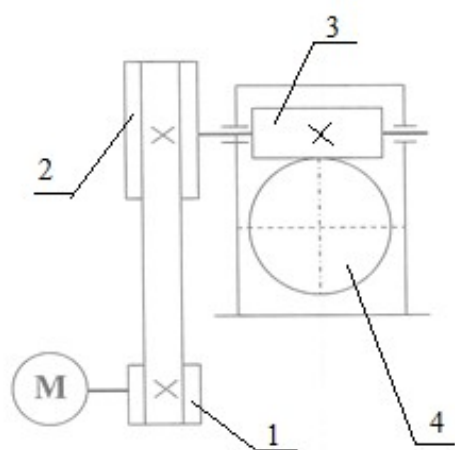
10



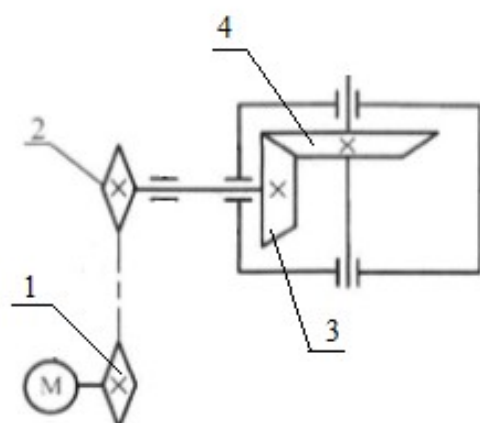
14



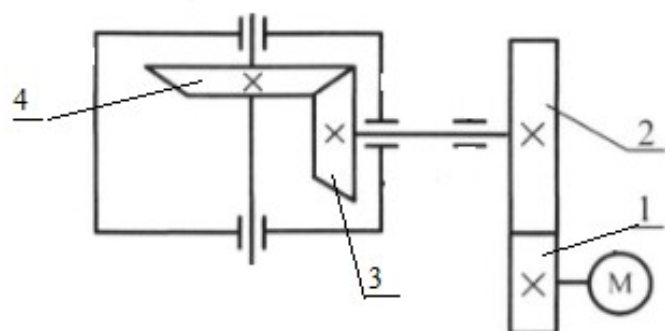
15



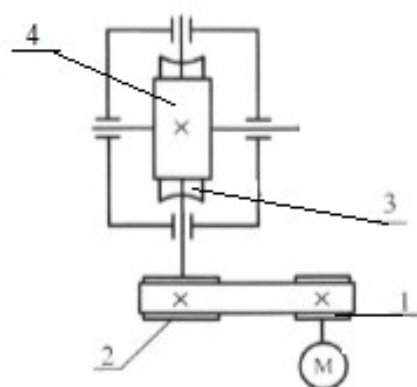
16



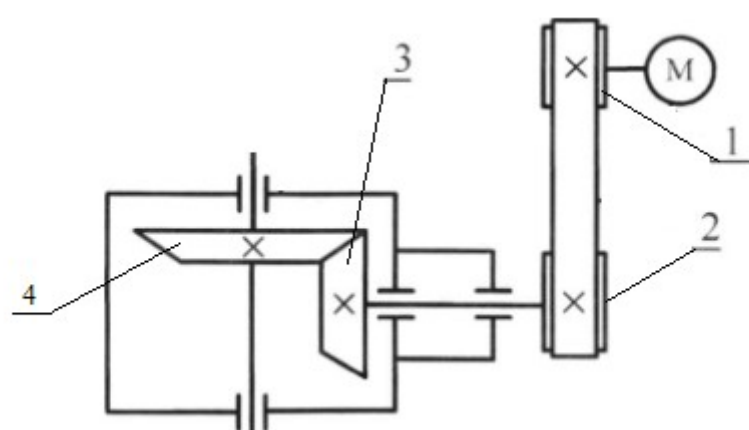
17



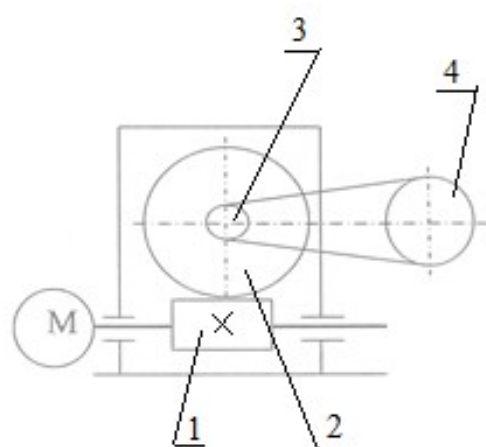
18



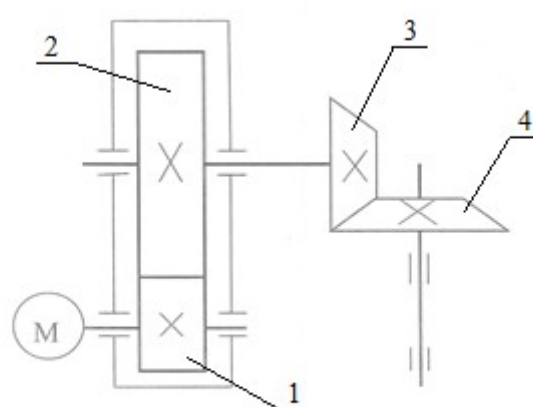
19



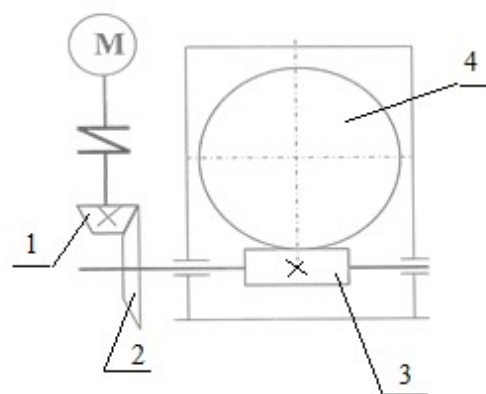
20



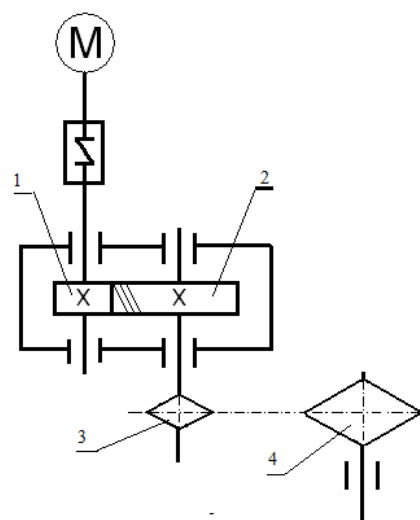
21



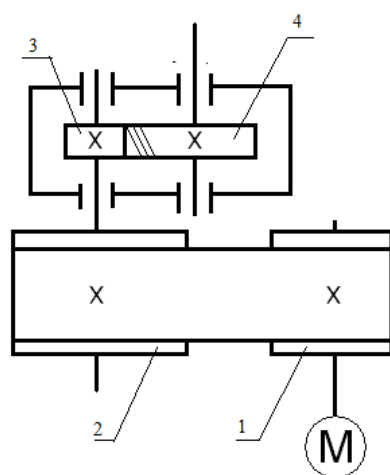
22



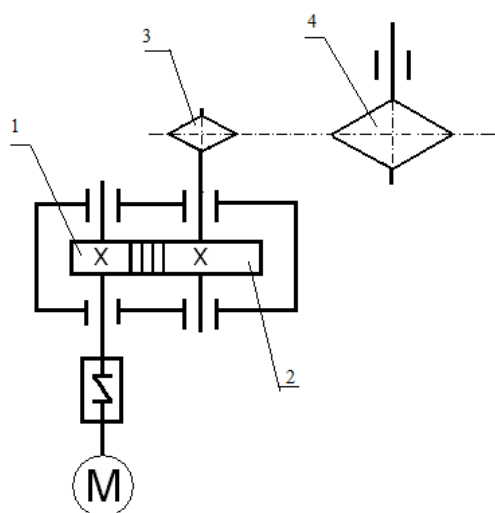
23



24



25



Литература

1. Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий. Учебное пособие. – М.:ФОРУМ, 2010 – 349с.
2. Аркуша А.И. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учебник для средних учебных заведений. 7-е изд. М.: Высшая школа, 2014
3. [Куклин Н. Г.](#) Детали машин [Электронный ресурс]: учеб. пособие для СПО / Н.Г. Куклин, Г.С. Куклина, В.К. Житков. - 9-е изд., перераб. и доп. - М.: КУРС: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 512 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/bookread2.php?book=496882> свободный. – Загл. с экрана.
4. Олофинская В.П. Детали машин: Курс лекций с тестовыми заданиями [Текст]: учеб. Пособие для СПО/ В.П.Олофинская – М.: ФОРУМ: НИЦ ИНФРА, – М, 2015. – 72с.
5. Жуков, В.А. Детали машин и основы конструирования: Основы расчета и проектирования соединений и передач [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В.А. Жуков. - М.: Инфра-М, Znanium. com, 2015. - 416 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=504627> свободный. – Загл. с экрана.